ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

"Βελτιστοποίηση προσφορών παραγωγών που συμμετέχουν σε αγορές ηλεκτρικής ενέργειας ημερήσιου προγραμματισμού μέσω της προσθήκης τομών που αφορούν το συνδυασμό των ενεργών μονάδων. "

Διπλωματική εργασία

της

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΑΣ ΝΑΣΙΩΚΑ

Επιβλέπων: Αναπληρωτής καθηγητής Γεώργιος Κοζανίδης

Ιούνιος, 2019

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων)	Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Δεύτερος Εξεταστής	Δρ. Γεώργιος Λυμπερόπουλος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Τρίτος Εξεταστής	Δρ. Δημήτριος Παντελής Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η διπλωματική εργασία που ακολουθεί εξετάζει και αναλύει το πρόβλημα της εύρεσης των βέλτιστων προσφορών προς υποβολή ενός παραγωγού ενέργειας που συμμετέχει σε μια αγορά ημερήσιου προγραμματισμού ηλεκτρικής ενέργειας. Ο παραγωγός θεωρείται ότι έχει πλήρη γνώση των παραμέτρων της αγοράς, δηλαδή της ζήτησης για ενέργεια και των προσφορών/στοιχείων-κόστους όλων των άλλων παραγωγών. Το πρόβλημα είναι μορφοποιημένο ως ένα μικτό ακέραιο μοντέλο διεπίπεδου (*bilevel*) προγραμματισμού. Στο ανώτερο επίπεδο βρίσκεται ο παραγωγός που θέλει να μεγιστοποιήσει το προσωπικό του κέρδος, και στο κατώτερο επίπεδο βρίσκεται ένας ανεξάρτητος διαχειριστής του συστήματος (*Independent System Operator, ISO*) που κάνει εκκαθάριση της αγοράς και καθορίζει την ποσότητα ενέργειας που θα προσφέρει ο κάθε συμμετέχων παραγωγός, έτσι ώστε να ικανοποιείται η ζήτηση για ενέργεια στο ελάχιστο συνολικό κόστος βάσει των υποβληθεισών προσφορών. Το μοντέλο χρησιμοποιεί διακριτές μεταβλητές για να παραστήσει την κατάσταση λειτουργίας των μονάδων παραγωγής και για τη μοντελοποίηση της εκκίνησης των μονάδων αυτών, το οποίο απαγορεύει την εφαρμογή παραδοσιακών μεθοδολογιών για την επίλυση του προβλήματος, όπως είναι η αντικατάσταση του κάτω προβλήματος με της πρώτης τάξης συνθήκες βελτιστότητάς του. Αναπτύσσεται ένας ακριβής αλγόριθμος για την εύρεση της βέλτιστης λύσης του προβλήματος που χρησιμοποιεί σημαντικά ευρήματα από τη θεωρία του μικτού ακέραιου παραμετρικού προγραμματισμού. Ο αλγόριθμος αυτός συμβάλει σημαντικά στη μείωση του υπολογιστικού χρόνου επίλυσης σε σχέση με τα προϋπάρχοντα μοντέλα. Στη συνέχεια επιδεικνύεται η εφαρμογή του σε μια μικρή μελέτη περίπτωσης.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1ο

Εισαγωγή

1.1. Η σημασία της ενέργειας

Η ενέργεια είναι ένα ουσιαστικό μέρος της καθημερινής μας ζωής. Τίποτα δεν θα γινόταν χωρίς ενέργεια. Εξαρτόμαστε από τις εκατοντάδες των διαφορετικών τρόπων με τους οποίους κάνει αισθητή την παρουσία της, καθώς οι άνθρωποι χρειάζονται ενέργεια για να κινηθούν και οι μηχανές χρησιμοποιούν ενέργεια για να λειτουργήσουν. Η ενέργεια είναι αναμφίβολα μια υπηρεσία ζωτικής σημασίας για τον άνθρωπο, αφού αποτελεί σημαντικό παράγοντα για την επιβίωσή του (θέρμανση, ψύξη, φωτισμός, μεταφορές, γεωργία, παραγωγή τροφίμων και άλλων αγαθών πρώτης ανάγκης), την ανάπτυξη της βιομηχανίας και των υπηρεσιών, την ανάπτυξη της οικονομίας και του πολιτισμού. Στη σημερινή εποχή αποτελεί τη βάση της παραγωγής και από την οπτική της κατανάλωσης είναι ένα αγαθό συνεχώς αυξανόμενης ζήτησης χωρίς τη δυνατότητα υποκατάστασης.

1.2. Εισαγωγή στις αγορές ενέργειας

Οι αγορές ενέργειας είναι αγορές στις οποίες το προϊόν προς προμήθεια και ανταλλαγή είναι η ενέργεια. Οι αγορές ενέργειας μπορεί να αναφέρονται εκτός από την εμπορευματοποίηση της ηλεκτρικής ενέργειας και σε άλλες μορφές ενέργειας. Η δημιουργία τέτοιων αγορών είναι αποτέλεσμα της ανάπτυξης μιας αντίστοιχης ενεργειακής πολιτικής από την κυβέρνηση μιας χώρας, η οποία ενθαρρύνει τη σύσταση μιας βιομηχανίας ενέργειας με τέτοιον τρόπο ώστε να διευκολύνει τον ελεύθερο και υγιή ανταγωνισμό προς όφελος του καταναλωτή. Η λογική της λειτουργίας της αγοράς με τον τρόπο αυτό βασίζεται σε σενάρια πλήρους ανταγωνισμού, καθώς οι πολλοί μικροπαραγωγοί θα ανταγωνίζονται για να πετύχουν μεγαλύτερη απορρόφηση της ζήτησης και, στα πλαίσια αυτά, θα προσφέρουν την ενέργεια σε χαμηλότερη τιμή που θα εξασφαλίζει τη συμμετοχή τους στην αγορά. Η λειτουργία της αγοράς ενέργειας και η ασκούμενη ενεργειακή πολιτική παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Αν και ο συγκεκριμένος σχεδιασμός της αγοράς που έχει υιοθετηθεί διαφέρει από χώρα σε χώρα, πολλές από τις βασικές αρχές παραμένουν λίγο πολύ οι ίδιες. Οι περισσότεροι σχεδιασμοί έχουν θεσπίσει μία χονδρική και μία λιανική αγορά ηλεκτρικής ενέργειας που λειτουργούν σε μακροπρόθεσμους και βραχυπρόθεσμους χρονικούς ορίζοντες. Στο επίπεδο του ημερήσιου προγραμματισμού της χονδρικής αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας, οι παραγωγοί υποβάλλουν ελεύθερα προσφορές (οι οποίες συνήθως υπόκεινται σε κάποιο ανώτατο όριο) για την παραγωγή ενέργειας. Ένας ανεξάρτητος διαχειριστής του συστήματος εκκαθαρίζει την αγορά, κατανέμοντας ποσότητες ενέργειας στους συμμετέχοντες παραγωγούς, έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος που απαιτείται για την ικανοποίηση της ζήτησης για ενέργεια, βάσει των προσφορών που υποβάλλονται. Στην Ελλάδα τον ρόλο αυτού του διαχειριστή έχει η Ανώνυμη Εταιρεία Διαχείρισης Ελληνικού Συστήματος Μεταφοράς Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΔΕΣΜΗΕ). Ο ΔΕΣΜΗΕ φροντίζει να υπάρχει ανά πάσα στιγμή ισορροπία παραγωγής και κατανάλωσης και η ενέργεια να παρέχεται κατά τρόπο αξιόπιστο, ασφαλή και ποιοτικά αποδεκτό.

1.3. Σημασία των αγορών ενέργειας

Οι κυριότεροι δύο λόγοι για τη δημιουργία μιας αγοράς ενέργειας είναι οι ακόλουθοι: η εξασφάλιση της ασφαλούς λειτουργίας του συστήματος ενέργειας και η διευκόλυνση της οικονομικότερής του λειτουργίας. Η ασφάλεια αποτελεί την πιο σημαντική πτυχή της λειτουργίας του συστήματος, είτε πρόκειται για μια ελεγχόμενη λειτουργία είτε για μια αναδιαρθρωμένη αγορά ενέργειας. Σε ένα ελεγχόμενο περιβάλλον, η ασφάλεια μπορεί να διευκολυνθεί με τη χρήση των διαφορετικών υπηρεσιών που διατίθενται στην αγορά. Η οικονομική λειτουργία της αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας θα μειώσει το κόστος χρησιμοποίησης ηλεκτρικής ενέργειας. Αυτό αποτελεί και ένα πρωταρχικό κίνητρο για την αναδιάρθρωση και την ενίσχυση της ασφάλειας του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας μέσω των οικονομικών του. Για να συμβεί αυτό, πρέπει να σχεδιαστούν κατάλληλες στρατηγικές στις αγορές βασισμένες στις απαιτήσεις του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας, όπως επίσης και κάποια εργαλεία παρακολούθησης ώστε να αποφευχθεί μια πιθανή κυριαρχία των ισχυρών στην αγορά ηλεκτρικής ενέργειας.

Κεφάλαιο 2^{o}

Εισαγωγή στον ακέραιο διεπίπεδο προγραμματισμό

2.1. Γενικά περί γραμμικού προγραμματισμού

Γραμμικός προγραμματισμός (*Linear programming – LP*) ή γραμμική βελτιστοποίηση (*Linear optimization*) είναι μία μαθηματική μέθοδος μέσω της οποίας προσδιορίζεται ένας τρόπος ώστε να επιτευχθεί το βέλτιστο αποτέλεσμα σε ένα μαθηματικό μοντέλο, δεδομένης μιας σειράς περιορισμών που εκφράζονται ως γραμμικές συναρτήσεις. Το βέλτιστο αυτό αποτέλεσμα είναι συνήθως η μεγιστοποίηση του κέρδους ή η ελαχιστοποίηση του κόστους. Ο γραμμικός προγραμματισμός υπάγεται στη γενικότερη κατηγορία του μαθηματικού προγραμματισμού.

Η βελτιστοποίηση της γραμμικής συνάρτησης που ονομάζεται αντικειμενική αποτελεί τον κύριο σκοπό. Οι περιορισμοί έχουν τη μορφή ανισο/ισοτήτων και οι μεταβλητές είναι πραγματικοί θετικοί αριθμοί που ονομάζονται μεταβλητές απόφασης. Οι λύσεις εμφανίζονται στην εφικτή περιοχή η οποία καθορίζεται από τους περιορισμούς. Η βέλτιστη λύση εντοπίζεται εντός της εφικτής περιοχής και είναι η τιμή που μεγιστοποιεί ή ελαχιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση.

2.2. Το πρόβλημα του διεπίπεδου προγραμματισμού

Τα προβλήματα Διεπίπεδου Προγραμματισμού παρουσιάστηκαν για πρώτη φορά από τον Stackelberg (1934). Μπορούν να παρομοιαστούν με ιεραρχικά παίγνια στο οποίο συμμετέχουν δύο φορείς λήψης αποφάσεων, όπου ο πρώτος (που ονομάζεται *Leader* - ηγέτης) έχει τον πρώτο λόγο ή αλλιώς κάνει την πρώτη επιλογή και ο δεύτερος (που ονομάζεται *Follower* - ακόλουθος) έχει την βέλτιστη αντίδραση με βάση την υφιστάμενη επιλογή του ηγέτη. Στόχος του ηγέτη είναι να βρει μια επιλογή, η οποία σε συνδυασμό με την βέλτιστη αντίδραση του ακόλουθου, θα βελτιστοποιήσει την αντικειμενική συνάρτηση του ηγέτη. Είναι ένα είδος μαθηματικού προγραμματισμού το οποίο έχει ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό: Περιέχεται εμφωλευμένο πρόβλημα βελτιστοποίησης μέσα στους περιορισμούς. Είναι ένα είδος πολυεπίπεδου προγραμματισμού και πιο συγκεκριμένα δύο επιπέδων.

Τα προβλήματα που επιλύονται με τη χρήση του συγκεκριμένου προγραμματισμού δημιουργήθηκαν λόγω της ανάγκης εξέλιξης δύο άλλων σχετικών με αυτόν επιστημονικών κλάδων, την λογική επέκταση των προβλημάτων του μαθηματικού προγραμματισμού και της γενίκευση ενός συγκεκριμένου προβλήματος στην θεωρία παιγνίων.

Βρίσκει εφαρμογή σε πολλούς τομείς, όπως οικονομικά, διάφορους τομείς της μηχανικής γενικότερα, κατανομή των πόρων, σχεδιασμός δικτύων μεταφοράς, διαχείριση συμφόρησης κ.α. και κυρίως σε πολυεπίπεδα συστήματα (*multilevel systems*) αυτών των τομέων. Για παράδειγμα, η αντικειμενική συνάρτηση που έχει να κάνει με ένα τμήμα μιας εταιρείας είναι μερικώς ορισμένη και επηρεασμένη από μεταβλητές που ελέγχονται από άλλα τμήματα της (Franke et al., 1991).

2.3. Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Ένα σημαντικό κομμάτι της παρούσας εργασίας έχει αντιμετωπίσει το πρόβλημα της ανάπτυξης βέλτιστων στρατηγικών υποβολής προσφορών για παραγωγούς ενέργειας οι οποίοι συμμετέχουν σε μια αγορά ημερήσιου προγραμματισμού ηλεκτρικής ενέργειας. Πολλά από τα δημοσιευμένα άρθρα (π.χ. Garcia-Martos et al., 2007) προτείνουν μεθόδους πρόβλεψης για την πρόγνωση της τιμής εκκαθάρισης της αγοράς, δεδομένου ότι το κέρδος του κάθε παραγωγού εξαρτάται σε σημαντικό βαθμό από την τιμή αυτή. Άλλοι συγγραφείς (βλ. Ragupathi and Das, 2004) έχουν αναπτύξει στοχαστικά μοντέλα προγραμματισμού, προκειμένου να αντιμετωπίσουν τις αβεβαιότητες που παρουσιάζουν ορισμένες από τις παραμέτρους του προβλήματος. Η παρούσα ανασκόπηση εστιάζεται κυρίως σε διεπίπεδα μοντέλα γραμμικού προγραμματισμού που έχουν αναπτυχθεί για βέλτιστη στρατηγική υποβολής προσφορών σε αγορές ηλεκτρικής ενέργειας. Οι περισσότεροι συγγραφείς που έχουν αναπτύξει διεπίπεδα μοντέλα προγραμματισμού για βέλτιστη στρατηγική υποβολής προσφορών σε αγορές ηλεκτρικής ενέργειας χρησιμοποιούν είτε μια κατάλληλη αναδιατύπωση του προβλήματος, είτε μια ευρετική διαδικασία, για την επίλυσή του. Οι Weber and Overbye (2002) ανέπτυξαν ένα διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης που μεγιστοποιεί την ευημερία του μεμονωμένου παραγωγού και πρότειναν έναν επαναληπτικό αλγόριθμο αναζήτησης για την επίλυσή του. Χρησιμοποίησαν επίσης τον αλγόριθμο αυτόν για τον προσδιορισμό σημείων ισορροπίας Nash. Οι Gountis and Bakirtzis (2004) και Fampa et al. (2008) ανέπτυξαν διεπίπεδα στοχαστικά μοντέλα βελτιστοποίησης για το ίδιο πρόβλημα. Στο πρώτο άρθρο, οι συγγραφείς χρησιμοποίησαν προσομοίωση Monte-Carlo και γενετικούς αλγόριθμους για την εύρεση της βέλτιστης λύσης, ενώ στη δεύτερη, οι συγγραφείς χρησιμοποίησαν μια ευρετική διαδικασία και μια μεικτή ακέραια αναδιατύπωση του προβλήματος. Μεταξύ άλλων, οι Pereira et al. (2005), Barroso et al. (2006), Bakirtzis et al. (2007) και Ruiz and Conejo (2009) ανέπτυξαν διεπίπεδα μοντέλα βελτιστοποίησης και χρησιμοποίησαν τις συνθήκες βελτιστότητας πρώτης τάξης του κάτω προβλήματος προκειμένου να μετατρέψουν αυτά τα μοντέλα σε μαθηματικά προβλήματα με περιορισμούς ισορροπίας (*mathematical problems with equilibrium constraints*). Τα προκύπτοντα μη γραμμικά προβλήματα μετατράπηκαν στη συνέχεια σε μεικτά ακέραια γραμμικά προβλήματα μέσω κατάλληλων μορφοποιήσεων και επιλύθηκαν μέσω γενικών λογισμικών βελτιστοποίησης. Οι Li et al. (2004) ανέπτυξαν επίσης ένα διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης και το χρησιμοποίησαν για την αναζήτηση σημείων ισορροπίας Nash. Οι Hu and Ralph (2007) εξέτασαν ένα διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης, το οποίο μετέτρεψαν σε ένα μαθηματικό πρόγραμμα με περιορισμούς ισορροπίας. Στη συνέχεια, απέδειξαν ικανές συνθήκες για αμιγούς-στρατηγικής (*pure-strategy*) σημεία ισορροπίας Nash. Οι Hobbs et al. (2000) ανέπτυξαν ένα διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης και χρησιμοποίησαν έναν αλγόριθμο ποινής εσωτερικών σημείων (*penalty interior point algorithm*) για την επίλυσή του. Οι Li and Shahidehpour (2005) ανέπτυξαν ένα διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης και χρησιμοποίησαν συναρτήσεις ευαισθησίας και μια πρωτεύουσα-δυϊκή μεθοδολογία εσωτερικών σημείων (*primal-dual interior point method*) προκειμένου να το επιλύσουν. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούνται δυαδικές μεταβλητές για τη μοντελοποίηση της εκκίνησης των μονάδων παραγωγής ενέργειας και επιβάλλονται αυστηρώς θετικά κάτω όρια για τις ποσότητες ενέργειας που οι μονάδες αυτές θα προσφέρουν αν συμμετάσχουν στην αγορά. Τελικά, αναπτύσσεται μια αλγοριθμική μεθοδολογία που είναι σε θέση να βρει την ολικά βέλτιστη λύση του προβλήματος. Η μεθοδολογία αυτή δεν είναι ιδιαίτερα ευφυής, καθώς βασίζεται σε μία εξαντλητική αναζήτηση του εφικτού χώρου για την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Ως εκ τούτου, απαιτεί υπολογιστικούς πόρους, οι οποίοι για προβλήματα ρεαλιστικού μεγέθους είναι απαγορευτικοί. Παρ' όλα αυτά, και με δεδομένη την παντελή έλλειψη γενικών αλγορίθμων και λογισμικών πακέτων για την επίλυση προβλημάτων διεπίπεδου προγραμματισμού, ο συγκεκριμένος αλγόριθμος μπορεί να αποτελέσει ένα πολύτιμο ερευνητικό εργαλείο για την επιβεβαίωση της βελτιστότητας λύσεων που λαμβάνονται από εξειδικευμένους αλγόριθμους επίλυσης. Παράλληλα, με κατάλληλη παραμετροποίηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την εύρεση ευρετικών λύσεων σε προβλήματα μεγάλου μεγέθους.

Κεφάλαιο 3ο

Το πρόβλημα της βέλτιστης υποβολής προσφορών ενέργειας σε αγορές ενέργειας ημερήσιου προγραμματισμού

3.1. Περιγραφή του προβλήματος

Τα μοντέλα μαθηματικού προγραμματισμού δύο επιπέδων προκύπτουν στο πλαίσιο εφαρμογής διαφόρων διεπιστημονικών πεδίων, όπως ο γεωργικός σχεδιασμός, η χάραξη της πολιτικής της κυβέρνησης, ο οικονομικός προγραμματισμός, η χρηματοοικονομική διαχείριση, η βελτιστοποίηση πολεμικών επιχειρήσεων, ο σχεδιασμός των μεταφορών, η βέλτιστη τιμολόγηση, ο οικολογικός προγραμματισμός, ο χημικός σχεδιασμός, ο προγραμματισμός της παραγωγής, η βέλτιστη κατανομή των πόρων κλπ. Αυτή η ευρεία εφαρμογή σε συνδυασμό με τη δυσκολία λύσης που έχουν τα προγράμματα δύο επιπέδων, έχει παρακινήσει τους ερευνητές να αναπτύξουν εξειδικευμένες αλγοριθμικές μεθόδους για την επίλυσή τους. Αν και αυτό κατέστησε τη σχετική περιοχή έρευνας πολύ ενεργή, καμία από τις γενικές μεθοδολογίες επίλυσης που έχουν αναπτυχθεί μέχρι σήμερα δεν είναι σε θέση να εξυπηρετήσει τα μοντέλα προγραμματισμού δύο επιπέδων.

Η απελευθέρωση των αγορών ηλεκτρικής ενέργειας είναι μια σημαντική οικονομική εξέλιξη που έχει συμβεί σε πολλές χώρες παγκοσμίως τα τελευταία χρόνια. Παρόλο που οι συγκεκριμένοι σχεδιασμοί των αγορών που έχουν υιοθετηθεί από διάφορες χώρες ποικίλουν σημαντικά, πολλές από τις βασικές αρχές παραμένουν ως επί το πλείστον οι ίδιες. Οι περισσότεροι σχεδιασμοί έχουν θεσπίσει μία χονδρική και μία λιανική αγορά ηλεκτρικής ενέργειας που λειτουργούν σε μακροπρόθεσμους και βραχυπρόθεσμους χρονικούς ορίζοντες. Κάθε μονάδα που συμμετέχει χαρακτηρίζεται από το τεχνικό της ελάχιστο και μέγιστο και από τα κόστη εκκίνησης και παραγωγής, και καλείται να υποβάλλει μια προσφορά για την ποσότητα ενέργειας που θα προσφέρει στο σύστημα. Στο επίπεδο του ημερήσιου προγραμματισμού της χονδρικής αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας, οι παραγωγοί υποβάλλουν ελεύθερα προσφορές (οι οποίες συνήθως υπόκεινται σε κάποιο κατώτατο και ανώτατο όριο) για την παραγωγή ενέργειας. Με τα τεχνικά χαρακτηριστικά και τις προσφορές των μονάδων να είναι γνωστά, ένας ανεξάρτητος διαχειριστής του συστήματος (*ISO*), κάνει εκκαθάριση της αγοράς κατανέμοντας ποσότητες ενέργειας στους συμμετέχοντες παραγωγούς, έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος που απαιτείται για την ικανοποίηση της ζήτησης για ενέργεια, βάσει των υποβληθεισών προσφορών.

Στην παρούσα εργασία, εξετάζουμε το πρόβλημα από την σκοπιά ενός στρατηγικού παραγωγού που συμμετέχει σε μια αγορά προγραμματισμού ηλεκτρικής ενέργειας, στην οποία η εκκίνηση λειτουργίας και η ποσότητα ενέργειας των μονάδων παραγωγής καθορίζονται από έναν *ISO*. Υποθέτοντας ότι ο παραγωγός αυτός έχει πλήρη γνώση των παραμέτρων της αγοράς (δηλ. της ζήτησης για ενέργεια και των προσφορών/στοιχείων-κόστους όλων των άλλων παραγωγών), μελετούμε το πρόβλημα της επιλογής της βέλτιστης τιμής-προσφοράς του στρατηγικού παραγωγού για κάθε μονάδα ενέργειας που παρέχει στο σύστημα. Εδώ, η λέξη βέλτιστη αφορά το γεγονός ότι μετά την εκκαθάριση της αγοράς από τον *ISO*, το κέρδος που θα έχει ο στρατηγικός παραγωγός πρέπει να είναι το μέγιστο δυνατό.

Διατυπώνουμε το πρόβλημα ως ένα μικτό ακέραιο μοντέλο βελτιστοποίησης δύο επιπέδων, με τον στρατηγικό παραγωγό να μεγιστοποιεί το κέρδος του, στο ανώτερο επίπεδο, και τον *ISO* να κάνει εκκαθάριση της αγοράς με το ελάχιστο συνολικό κόστος του συστήματος, βάσει των υποβληθεισών προσφορών, στο κατώτερο επίπεδο. Αξιοποιώντας σημαντικά ευρήματα από τη θεωρία του ακέραιου παραμετρικού προγραμματισμού, αναπτύσσεται ένας αποτελεσματικός αλγόριθμος που βρίσκει την συνολική βέλτιστη λύση του προβλήματος. Σκοπός της συγκεκριμένης εργασίας είναι να αποδειχθεί πως οι διακριτές λύσεις που προκύπτουν από το πρόβλημα του *ISO*, συμπίπτουν με τις λύσεις του μαθηματικού μοντέλου, που θα αναπτυχθεί στη συνέχεια, με βάση τη μείωση του κέρδους του στρατηγικού παραγωγού. Η συμβολή της παρούσας εργασίας είναι διττή. Από τη μία, μπορεί να βοηθήσει τους στρατηγικούς παραγωγούς στην ανάπτυξη προσφορών προς υποβολή που θα μεγιστοποιήσουν το ατομικό τους κέρδος. Από την άλλη, επιτρέπει στους εκάστοτε *ISO* την ανίχνευση πιθανών αθέμιτων μεθόδων χειραγώγησης των τιμών εκκαθάρισης της αγοράς από τους μεμονωμένους παραγωγούς και την κατασκευή κανόνων που θα τους αποτρέψουν.

Βασικές παράμετροι που διέπουν το πρόβλημα μίας αγοράς ημερήσιου προγραμματισμού ηλεκτρικής ενέργειας είναι οι εξής:

1. Η τιμή/προσφορά (*bid*) των παραγωγών (εκτός του στρατηγικού), κάθε παραγωγός υποβάλλει μία συγκεκριμένη προσφορά στον *ISO*, η οποία αντικατοπτρίζει και το κέρδος ανά MWh που θα έχει στην περίπτωση που συμπεριλαμβάνεται τελικά στη λύση του προβλήματος
2. Τα τεχνικά ελάχιστα και μέγιστα των ποσοτήτων σε MWh που δύναται να παράξει κάθε παραγωγός
3. Το μεταβλητό κόστος του κάθε παραγωγού για κάθε MWh που μπορεί να παράξει, το οποίο για ευνόητους λόγους αποτελεί και το κατώτατο όριο της προσφοράς που επιτρέπεται να καταθέσει ο κάθε παραγωγός
4. Το ανώτατο επιτρεπτό όριο τιμή/προσφοράς (*pricecap*) για κάθε παραγωγό
5. Η συνολική ζήτηση σε MWh

Η αδυναμία του στρατηγικού παραγωγού να καθοδηγήσει τον ανεξάρτητο διαχειριστή του συστήματος (*ISO*) στην πιο συμφέρουσα λύση για αυτόν, κατέστησε αναγκαία την εύρεση μίας αλγοριθμικής μεθόδου, σύμφωνα με την οποία ο στρατηγικός παραγωγός επιλέγει τόσο τη βέλτιστη ποσότητα που επιθυμεί να παράξει όσο και τη βέλτιστη αποζημίωση που επιθυμεί να έχει για κάθε MWh. Στη συνέχεια, λαμβάνοντας υπόψη τις παραμέτρους του προβλήματος και συγκεκριμένους κανόνες που διέπουν το συγκεκριμένο είδος αγοράς, ο ανεξάρτητος διαχειριστής του συστήματος χρησιμοποιεί τα δεδομένα που υποβάλλει ο στρατηγικός παραγωγός και εξάγει πιθανούς συνδυασμούς παραγωγών, ελαχιστοποιώντας το κόστος της παραγωγής και ικανοποιώντας τη συνολική ζήτηση σε ηλεκτρική ενέργεια. Η μορφοποίηση του αλγορίθμου είναι τέτοια ώστε, σε περίπτωση ύπαρξης πιθανών λύσεων, ο στρατηγικός παραγωγός θα συμμετέχει σε αυτές και οι λύσεις καθίστανται βέλτιστες και για τα 2 επίπεδα του προβλήματος.

3.2. Μορφοποίηση του Μαθηματικού Μοντέλου

Ο προγραμματισμός πολλαπλών επιπέδων αποτελεί έναν ειδικό κλάδο του μαθηματικού προγραμματισμού που ασχολείται με προγράμματα των οποίων το εφικτό σύνολο λύσεων καθορίζεται από μία σειρά ένθετων προβλημάτων βελτιστοποίησης. Η πιο μελετημένη περίπτωση είναι η περίπτωση των μοντέλων δύο επιπέδων, όπου ένα υποσύνολο των μεταβλητών απόφασης του άνω επιπέδου πρέπει να είναι η βέλτιστη λύση του ένθετου μαθηματικού προβλήματος (κάτω επίπεδο). Το πρόβλημα μπορεί να θεωρηθεί ως ένα παιχνίδι δύο ατόμων με τους δύο ιθύνοντες λήψης αποφάσεων να παίρνουν τις αποφάσεις ιεραρχικά. Ο πρώτος ιθύνων λήψης αποφάσεων (που αναφέρεται ως ηγέτης) ελέγχει ένα υποσύνολο των μεταβλητών απόφασης του προβλήματος προσπαθώντας να λύσει ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης, που περιλαμβάνει στο σύνολο των περιορισμών του ένα δεύτερο πρόβλημα βελτιστοποίησης που επιλύεται από τον δεύτερο ιθύνοντα λήψης αποφάσεων (που αναφέρεται ως ακόλουθος), ο οποίος ελέγχει τις υπόλοιπες μεταβλητές απόφασης. Σε γενικές γραμμές, ένα πρόγραμμα δύο επιπέδων είναι μη-κυρτό και η εξεύρεση του συνολικού βέλτιστου αποτελεί ένα πολύ δύσκολο έργο.

Αρχικά, θεωρείται ένα σύνολο μονάδων παραγωγής που συμμετέχουν σε μια αγορά προγραμματισμού ηλεκτρικής ενέργειας μιας περιόδου λειτουργίας. Οι παραγωγοί ενέργειας υποβάλλουν τιμές-προσφορές (*bids*) για κάθε περίοδο του προγραμματισμένου ορίζοντα λειτουργίας σε έναν ανεξάρτητο διαχειριστή του συστήματος (*ISO*, δεύτερος ιθύνων λήψης αποφάσεων - ακόλουθος) που κάνει εκκαθάριση της αγοράς και καθορίζει την εκκίνηση και την ποσότητα ενέργειας της κάθε μονάδας παραγωγής, διασφαλίζοντας ότι η συνολική ζήτηση ενέργειας ικανοποιείται με το ελάχιστο συνολικό κόστος για το σύστημα, βάσει των υποβληθεισών προσφορών. Τα τεχνικά χαρακτηριστικά της κάθε μονάδας παραγωγής (ελάχιστο και μέγιστο παραγωγής) είναι σταθερά και γνωστά στον *ISO*. Αφού προσδιοριστεί η ποσότητα ενέργειας για κάθε παραγωγό, υιοθετείται ένα σύστημα πληρωμών εκκαθάρισης που αποζημιώνει κάθε συμμετέχοντα παραγωγό, με την πλήρη καταβολή του κόστους που προκύπτει από την ακριβή τιμή προσφοράς για κάθε MWh που αυτός παρέχει στο σύστημα.

Η τιμή εκκαθάρισης της αγοράς μπορεί να είναι σύμφωνα με έναν πρώτο τρόπο αποζημίωσης η ακριβής τιμή προσφοράς που υποβάλλεται από τον αντίστοιχο παραγωγό (*pay-as-bid*) ή η ίδια για όλους τους παραγωγούς, σύμφωνα με έναν δεύτερο τρόπο αποζημίωσης με βάση την οριακή τιμή του συστήματος (*uniform – System Marginal Price, SMP*). Στην δεύτερη περίπτωση, η τιμή εκκαθάρισης είναι γνωστή ως οριακή τιμή του συστήματος, δεδομένου ότι αντιπροσωπεύει το οριακό κόστος για την ενέργεια, δηλαδή το επιπλέον κόστος που πρέπει να καταβληθεί, όταν η ζήτηση αυξάνεται κατά 1 MWh.

Κάθε παραγωγός αντιμετωπίζει το πρόβλημα της επιλογής της βέλτιστης τιμής προσφοράς που ο ίδιος θα πρέπει να υποβάλει στον *ISO* για κάθε περίοδο λειτουργίας του ορίζοντα προγραμματισμού. Εδώ, ο όρος βέλτιστη αφορά το γεγονός ότι το κέρδος του παραγωγού μετά την εκκαθάριση της αγοράς από τον *ISO* (που επιθυμεί το μικρότερο δυνατό κόστος) θα πρέπει να είναι το μέγιστο δυνατό. Ακόμη και στη σπάνια περίπτωση που ένας τέτοιος παραγωγός έχει πλήρη ενημέρωση των παραμέτρων της αγοράς (δηλαδή, τα τεχνικά χαρακτηριστικά και τις προσφορές/ κόστη όλων των συμμετεχόντων παραγωγών, καθώς και τη ζήτηση για ενέργεια), το πρόβλημα της μεγιστοποίησης του κέρδους που αντιμετωπίζει είναι διεπίπεδο.

Στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας, αναλύεται η μορφοποίηση και εν τέλει η επίλυση του προβλήματος με τον πρώτο τρόπο αποζημίωσης, δηλαδή με την ακριβή τιμή προσφοράς του αντίστοιχου παραγωγού (*pay-as-bid*) .

3.3. Περιγραφή μαθηματικού μοντέλου με τιμή εκκαθάρισης την ακριβή τιμή προσφοράς του κάθε παραγωγού (*pay-as-bid*)

Αρχικά, προσδιορίζονται οι συμβολισμοί και οι ονοματολογίες των συνόλων, μεταβλητών απόφασης και παραμέτρων του προβλήματος:

Σύνολα	
I	Μονάδες παραγωγής με δείκτη i

Μεταβλητές απόφασης	
F	Το συνολικό κέρδος του στρατηγικού παραγωγού στο σύνολο του χρονικού ορίζοντα
f	Το κόστος του ISO για την ικανοποίηση της ζήτησης στο σύνολο του χρονικού ορίζοντα
P_1	Ακέραια μεταβλητή που δείχνει την τιμή προσφοράς που δίνει ο στρατηγικός παραγωγός στον ISO, για την ενέργεια που παράγει
Q_i	Συνεχής μεταβλητή που καθορίζει την ποσότητα σε MWh ενέργειας που τελικά θα παράξει ο κάθε πα-

	ραγωγός
Z_i	Δυαδική μεταβλητή που ισούται με 1 αν ο παραγωγός i συμμετέχει στην παραγωγή και 0 αν όχι

Παράμετροι	
P_i	Η τιμή της προσφοράς που δίνει ο παραγωγός I στον ISO για την ενέργεια που θα παράξει
$Q_{min,i}$	Το τεχνικό ελάχιστο του παραγωγού i
$Q_{max,i}$	Το τεχνικό μέγιστο του παραγωγού i
P	Το ανώτατο όριο της προσφοράς που επιτρέπεται να καταθέσει κάθε παραγωγός (pricecap)
C	Μοναδιαίο κόστος ενέργειας για το στρατηγικό παραγωγό και ταυτόχρονα το κατώτατο όριο της προσφοράς που μπορεί να υποβάλλει
D	Η συνολική ζήτηση σε ενέργεια

Το μαθηματικό μοντέλο μεικτού ακέραιου διεπίπεδου προγραμματισμού για το συγκεκριμένο τρόπο αποζημίωσης-εκκαθάρισης είναι το εξής:

$$MaxF = (P_1 - C) * Q_1 (1)$$

$$s.t\ C \leq P_1 \leq P (2)$$

$$(Zi, Qi) \in argmin_{Z_i,Q_i} f = \sum_{i=1}^{I} (P_i * Q_i) (3)$$

$$s.t \sum_{i=1}^{I} Q_i = D (4)$$

$$Q_{i,min} * Z_i \leq Q_i \leq Q_{i,max} * Z_i\ \forall i (5)$$

$$Z_i, δυαδική\ μεταβλητή\ \forall i (6)$$

$$P_{i,} Q_i \geq 0\ \forall i (7)$$

Αρχικά, η αντικειμενική συνάρτηση του ανωτέρου επιπέδου (1) μεγιστοποιεί το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού. Το κέρδος αυτό εξαρτάται από το μοναδιαίο κόστος ενέργειας και φυσικά από την ποσότητα που εν τέλει θα παράξει ο στρατηγικός παραγωγός. Ο περιορισμός

(2) προσδιορίζει τα όρια μέσα στα οποία μπορεί να διακυμανθεί η προσφορά του στρατηγικού παραγωγού.
Το πρόβλημα του κατωτέρου επίπεδου (πρόβλημα του *ISO*) ορίζεται από τις σχέσεις (3) – (7) και λειτουργεί ως περιορισμός για το ανώτερο επίπεδο. Η αντικειμενική συνάρτηση του κατωτέρου επιπέδου (3) ελαχιστοποιεί το κόστος στη διαδικασία ανάθεσης της ενέργειας στους υποψήφιους παραγωγούς από τον *ISO*. Έπειτα, ο περιορισμός (4) εισάγει στο μοντέλο την ανάγκη κάλυψης της συνολικής ζήτησης D από τους παραγωγούς που εν τέλει θα επιλεχθούν για να την ικανοποιήσουν, ενώ ο περιορισμός (5) οριοθετεί τις ποσότητες που μπορούν να παραχθούν από κάθε παραγωγό σε περίπτωση που επιλεχθούν. Τέλος, οι περιορισμοί (6) και (7) υποδηλώνουν την δυαδικότητα και τη μη αρνητικότητα των μεταβλητών που ορίζουν την ανάθεση και την ποσότητα αντίστοιχα.

3.4. Κανόνες βελτιστότητας

Όπως προαναφέρθηκε, η αποζημίωση των παραγωγών που συμμετέχουν στην παραγωγική διαδικασία, είναι διαφορετική για τον καθένα και ίση με την ακριβή τιμή προσφοράς του εκάστοτε παραγωγού. Υπάρχει λοιπόν μια κύρια κατευθυντήρια γραμμή της αγοράς, η οποία είναι απαραίτητο να ακολουθηθεί, για την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Πιο συγκεκριμένα, προκύπτει πως δε δύναται να υπάρξουν ποτέ δύο παραγωγικές μονάδες που συμμετέχουν στην παραγωγική διαδικασία, εκ των οποίων η τιμή της μίας να είναι πιο υψηλή από την τιμή της άλλης και ταυτόχρονα η πρώτη να παράγει πάνω από το τεχνικό της ελάχιστο ενώ η δεύτερη κάτω από το τεχνικό της μέγιστο. Με βάση αυτό τον κανόνα μπορούν να προκύψουν τρεις υποπεριπτώσεις ανάλογα με το ύψος της παραγόμενης ενέργειας της κάθε μονάδας, δηλαδή ανάλογα με το εάν αυτή βρίσκεται στο τεχνικό της ελάχιστο, στο τεχνικό της μέγιστο ή σε κάποιο ενδιάμεσο επίπεδο. Οι συγκεκριμένες περιπτώσεις, αποτελούν και κανόνες βελτιστότητας του προβλήματος που καλείται να λύσει ο *ISO* και αναπτύσσονται στη συνέχεια.

- ***Κανόνας 1*** **:**
  Αν υπάρχει μία μονάδα i, της οποίας η παραγόμενη ενέργεια είναι ίση με το τεχνικό της ελάχιστο (Q_i=$Q_{i,min}$), τότε δεν επιτρέπεται να υπάρχει μία άλλη μονάδα με παραγόμενη ενέργεια μεγαλύτερη του τεχνικού ελαχίστου της ίδιας και τιμή προσφοράς μεγαλύτερη της τιμής προσφοράς της πρώτης (i).

- ***Κανόνας 2* :**

  Αν υπάρχει μια μονάδα i, της οποίας η παραγόμενη ενέργεια είναι αυστηρά μεταξύ του τεχνικού ελαχίστου και μεγίστου της ($Q_{i,min} Q_i < Q_{i,max}$), τότε δεν επιτρέπεται να υπάρχει μία άλλη μονάδα με παραγόμενη ενέργεια μεγαλύτερη του τεχνικού ελαχίστου της ίδιας και τιμή προσφοράς μεγαλύτερη της τιμής προσφοράς της πρώτης (i) και παράλληλα δεν επιτρέπεται να υπάρχει μία άλλη μονάδα με παραγόμενη ενέργεια μικρότερη του τεχνικού μέγιστου της ίδιας και τιμή προσφοράς μικρότερη της τιμής προσφοράς της πρώτης (i).

- ***Κανόνας 3* :**

  Αν υπάρχει μία μονάδα i, της οποίας η παραγόμενη ενέργεια είναι ίση με το τεχνικό της μέγιστο (Q_i=$Q_{i,max}$), τότε δεν επιτρέπεται να υπάρχει μία άλλη μονάδα με παραγόμενη ενέργεια μικρότερη του τεχνικού μέγιστου της ίδιας και τιμή προσφοράς μικρότερη της τιμής προσφοράς της πρώτης (i).

3.5. Μεθοδολογία επίλυσης

Στο διεπίπεδο προγραμματισμό ο υπεύθυνος λήψης αποφάσεων του ανωτέρου επιπέδου δεν έχει τη δυνατότητα να εξαναγκάσει τον αντίστοιχα υπεύθυνο του κατωτέρου επιπέδου σε μία λύση η οποία θα είναι η βέλτιστη για αυτόν. Πάνω σε αυτή τη διαπίστωση στηρίχθηκε και η ανάγκη εύρεσης μίας προσέγγισης, κατά την οποία ο στρατηγικός παραγωγός των προβλημάτων που θα αναλυθούν σε επόμενο κεφάλαιο επιλέγει τη βέλτιστη λύση για αυτόν και ταυτόχρονα ο *ISO* ελαχιστοποιεί το κόστος της παραγωγής διατηρώντας ωστόσο ως δεδομένη τη λύση του στρατηγικού παραγωγού. Ο αλγόριθμος που εν τέλει αναπτύχθηκε, μοντελοποιήθηκε μαθηματικά και με τη βοήθεια του λογισμικού *LINGO* επιλύθηκε μία πληθώρα προβλημάτων με διαφορετικά δεδομένα.

Πιο συγκεκριμένα, επιλύθηκε το πρόβλημα του *ISO* για κάθε πιθανό συνδυασμό που μπορεί να προκύψει, δεδομένου ότι υπάρχει περίπτωση κάποιος παραγωγός να μη συμμετέχει στην παραγωγική διαδικασία. Έτσι, βρέθηκαν όλες οι βέλτιστες λύσεις, καθώς επίσης υπολογίστηκαν τα συγκεκριμένα εύρη στα οποία ανήκει η κάθε λύση, αφού για ένα συγκεκριμένο συνδυασμό ενεργών μονάδων ενδεχομένως να προκύπτουν διαφορετικά αποτελέσματα. Τέλος, επισημάνθηκε το μέγιστο κέρδος που μπορεί να έχει ο στρατηγικός παραγωγός από την κάθε λύση.

Στη συνέχεια, αναπτύχθηκε ένας αλγόριθμός, σύμφωνα με τον οποίο η παραγωγικές ποσότητές Q_i κάθε παραγωγού και η τιμή προσφοράς P_1 του στρατηγικού παραγωγού εισάγονται ως ζητούμενα στο πρόβλημα και ο ανεξάρτητος διαχειριστής του συστήματος (ISO) θα επιχειρήσει την ελαχιστοποίηση του κόστους, χωρίς φυσικά αυτό να σημαίνει ότι θα υπάρχει και λύση με τις τιμές των δεδομένων που δόθηκαν. Όπως επισημάνθηκε και προηγουμένως, οι τρεις κατευθυντήριες γραμμές της αγοράς είναι και ταυτόχρονα κανόνες βελτιστότητας στο πρόβλημα του ISO. Αυτό σημαίνει ότι η λύση (ή οι λύσεις) που θα προκύψει με βάση τα δεδομένα Q_1 και P_1, θα υπακούει έναν από τους 3 αυτούς κανόνες και θα είναι και βέλτιστη για τον ISO. Είναι εύκολα κατανοητό, λοιπόν, πως η εισαγωγή των κανόνων αυτών μαθηματικά ως περιορισμών θα κατευθύνει εν τέλει τον αλγόριθμο στην εξαγωγή του βέλτιστου συνδυασμού ποσοτήτων για τον ISO.

Σημείωση: Ο αλγόριθμος δημιουργήθηκε με στόχο να επιλύσει το πρόβλημα της μίας περιόδου.

3.6. Επεξήγηση διαδικασίας αλγορίθμου

Ο αλγόριθμος ξεκινά με τρεις γενικούς περιορισμούς που αφορούν τη ζήτηση, τα όρια των παραγόμενων ποσοτήτων Q_i, καθώς επίσης, και τα όρια της τιμής προσφοράς P_1του στρατηγικού παραγωγού. Αρχικά, εισάγεται ο περιορισμός της κάλυψης της ζήτησης, σύμφωνα με τον οποίο πρέπει το άθροισμα των ποσοτήτων Q_i των παραγωγών i να ισούται με τη συνολική ζήτηση D, δηλαδή $\sum_{i=1}^{I} Q_i = D$. Έπειτα, εισάγεται και ο περιορισμός της οριοθέτησης των ποσοτήτων Q_i των υπολοίπων παραγωγών, σύμφωνα με τον οποίο πρέπει η ποσότητα αυτή να βρίσκεται ανάμεσα στο τεχνικό του ελάχιστο και στο τεχνικό του μέγιστο, δηλαδή $Q_{i,min} \leq Q_i \leq Q_{i,max}$. Εφόσον υπάρχει η πιθανότητα μία μονάδα να μην συμμετέχει στην παραγωγική διαδικασία, εισάγω στον περιορισμό την μεταβλητή απόφασης Z_i, η οποία λαμβάνει την τιμή 0 εάν δεν συμμετέχει ο παραγωγός i και 1 διαφορετικά. Να σημειωθεί πως ο στρατηγικός παραγωγός συμμετέχει απαραίτητα στην παραγωγή, συνεπώς $Z_1 = 1$ και η πιο πάνω συνθήκη τροποποιείται σε $Q_{i,min} * Z_i \leq Q_i \leq Q_{i,max} * Z_i, \forall i$. Τέλος, εισάγεται και ο περιορισμός σύμφωνα με τον οποίο η τιμή προσφοράς του στρατηγικού παραγωγού θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη από το μοναδιαίο κόστος ενέργειας C και παράλληλα μικρότερη από το ανώτατο όριο προσφοράς P ($pricecap$) που επιτρέπεται να καταθέσει ο κάθε παραγωγός, δηλαδή $C \leq P_1 \leq P$.

Μετά τον εντοπισμό, των τριών γενικών περιορισμών (ζήτηση και οριοθέτηση ποσότητας παραγωγών και τιμή προσφοράς του στρατηγικού παραγωγού), ο αλγόριθμος κατηγοριοποιεί τη διαδικασία λύσης του με βάση την ποσότητα Q_1 που έχει εισαχθεί ως δεδομένη για το στρατηγικό παραγωγό. Έτσι λοιπόν, αναλόγως με το αν η παραγόμενη ποσότητα Q_i είναι ίση με το τεχνικό της ελάχιστο ($Q_i = Q_{min,i}$), με το τεχνικό της μέγιστο ($Q_i = Q_{max,i}$) ή αυστηρά ανάμεσα στα δύο ($Q_{min,i} < Q_i < Q_{max,i}$), προκύπτουν και οι αντίστοιχοι περιορισμοί οι οποίοι θα πρέπει να ληφθούν υπόψη. Για το λόγο αυτό, είναι αναγκαία η προσθήκη δύο νέων δυαδικών μεταβλητών απόφασης για κάθε παραγωγό i, των W_i και U_i. Η W_i παίρνει τιμή ίση με τη μονάδα όταν η ποσότητα Q_i βρίσκεται στο τεχνικό της μέγιστο και την τιμή 0 αν όχι. Αντίστοιχα, η U_i παίρνει τιμή ίση με τη μονάδα όταν η παραγόμενη ποσότητα Q_i βρίσκεται στο τεχνικό της ελάχιστο και 0 αν όχι. Η περίπτωση όπου η παραγόμενη ποσότητα βρίσκεται αυστηρά ανάμεσα στο τεχνικό ελάχιστο και στο τεχνικό μέγιστο ικανοποιείται όταν W_i=U_i=0. Με βάση αυτά τα δεδομένα, λοιπόν, προκύπτουν οι παρακάτω περιορισμοί:

$$W_i \leq \frac{(Q_{i,max} - Q_i)}{(Q_{i,max} - Q_{i,min})}$$

$$W_i \geq (Q_{i,min} + 1) - Q_i - M * (1 - Z_i)$$

$$U_i \leq \frac{\lfloor (Q_i - Q_{i,min}) + M * (1 - Z_i) \rfloor}{Q_{i,max} - Q_{i,min}}$$

$$U_i \geq Q_i - (Q_{i,max} - 1)$$

Αντίστοιχα είναι απαραίτητο να προστεθούν και περιορισμοί για τις τιμές προσφοράς P_i του κάθε παραγωγού, με βάση την μία από τις τρεις κατηγορίες, στην οποία εμπίπτει η παραγόμενη ποσότητα του. Συνεπώς, προστίθενται και οι παρακάτω περιορισμοί:

$$P_1 \geq P_i - (1 + W_i - W_1) * M - M * (1 - Z_i)$$

$$P_1 \geq P_i - (U_1 + W_i) * M - M * (1 - Z_i)$$

$$P_i \geq P_1 - (W_1 + U_i) * M - M * (1 - Z_i)$$

Σημείωση: Το M είναι ένας πολύ μεγάλος αριθμός συγκριτικά με τα δεδομένα της κάθε περίπτωσης.

Η επίλυση του αλγορίθμου μπορεί να μας δώσει περισσότερες από μία λύσεις. Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι, ξεκινώντας από τη λύση που αποδίδει στον στρατηγικό παραγωγό το μέγιστο κέρδος, να γίνει απαρίθμηση όλων των βέλτιστων λύσεων με βάση τη μείωση του κέρδους του. Για το λόγο αυτό, στην περίπτωση που ο αλγόριθμος υπολογίζει την πρώτη λύση και βρίσκει τις μονάδες παραγωγής που θα συμμετέχουν, εισάγει στον αλγόριθμο ένα νέο περιορισμό (*cut*) που αποκλείει την λύση αυτή και γεννά μία ενδεχόμενη διαφορετική βέλτιστη. Στη συνέχεια, επιλύεται ξανά ο αλγόριθμος και η διαδικασία συνεχίζεται έως ότου ο αλγόριθμος να μη δύναται να εντοπίσει άλλες ενδεχόμενες εφικτές λύσεις. Χαρακτηριστικά, αναλύεται και επεξηγείται παράδειγμα τέτοιου περιορισμού στη συνέχεια.

Κεφάλαιο 4ο

Εφαρμογή αλγορίθμου – Υπολογιστικά πειράματα

4.1. Εφαρμογή Αλγορίθμου

Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζεται η εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας, που αναλύθηκε εκτενώς στο προηγούμενο κεφάλαιο, σε 3 παραδείγματα με διαφορετικά δεδομένα. Οι μεταξύ τους διαφορές επικεντρώνονται κατά κύριο λόγο στην ζήτηση (D) που απαιτείται να καλυφθεί, στην ποσότητα που θα παράξει ο στρατηγικός παραγωγός (Q_1) και στις διαφορετικές τιμές προσφοράς που δίνει ο κάθε παραγωγός (P_i). Με τον τρόπο αυτό, το πρόβλημα εξετάζεται σε διάφορες κλίμακες, μελετώντας την συμπεριφορά του αλγορίθμου στις παραπάνω μεταβολές. Να σημειωθεί πως ο αριθμός των παραγωγών, τα τεχνικά χαρακτηριστικά αυτών, το μεταβλητό κόστος C του στρατηγικού παραγωγού, καθώς και το άνω όριο στην τιμή (*pricecap*) παραμένουν ίδια και στα 3 παραδείγματα.

Πρόκειται για παραδείγματα με συνολικά 4 μονάδες παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, το μεταβλητό κόστος C (κόστος παραγωγής) του μεμονωμένου στρατηγικού παραγωγού είναι 50 €/MWh, και το άνω όριο στην τιμή/προσφορά (*pricecap*) είναι 100 €/MWh.

Αρχικά, θα λυθεί το πρόβλημα του *ISO* για τα συγκεκριμένα δεδομένα του κάθε παραδείγματος και για κάθε πιθανό συνδυασμό ενεργών ή ανενεργών μονάδων. Όπως είναι εύκολα κατανοητό για 4 μονάδες παραγωγής υπάρχουν 8 πιθανοί συνδυασμοί, δεδομένου ότι ο στρατηγικός παραγωγός θα είναι πάντα ενεργός, οπότε επιβάλλουμε στο πρόβλημα με τη μορφή περιορισμών, τον συνδυασμό των υπολοίπων ενεργών μονάδων που μας ενδιαφέρει να αναλύσουμε κάθε φορά. Για κάθε συνδυασμό προκύπτουν πάνω από μία λύσεις. Θα πρέπει να σημειωθεί πως κάποιες από αυτές κρίθηκαν μη εφικτές λόγω αδυναμίας κάλυψης της ζήτησης. Για την προσέγγιση αυτών των λύσεων, λύθηκε αρχικά το πρόβλημα του *ISO* δίνοντας στο P_1

τιμές ίσες με την οριακά ελάχιστη και μέγιστη τιμή που δύναται να πάρει αυτό, δηλαδή για $P_1 = 50$ και για $P_1 = 100$. Εξισώνοντας το συνολικό κόστος των παραγωγών, για τις τιμές των άκρων που βρέθηκαν και τοποθετώντας το P_1 ως άγνωστο, εντοπίστηκαν οι ενδιάμεσες σε αυτές λύσεις καθώς επίσης και τα συγκεκριμένα εύρη στα οποία ανήκει η κάθε μία από αυτές.

Στη συνέχεια θα λυθεί το μαθηματικό μοντέλο του διεπίπεδου προγραμματισμού σύμφωνα με τους περιορισμούς που διαμορφώθηκαν προηγουμένως, αλλά και με τη προσθήκη εκείνων (*cuts*) που με τη βοήθεια τους θα επιβληθεί η αφαίρεση της προηγούμενης λύσης, έτσι ώστε να γίνει ένα «πέρασμα» από όλες τις λύσεις, με βάση τη μείωση του κέρδους του στρατηγικού παραγωγού. Για το λόγο αυτό, θα χρειαστεί μία δυαδική μεταβλητή η οποία θα βοηθήσει στο να μην αφαιρούνται κάθε φορά όλες οι λύσεις ενός συνδυασμού συμμετεχόντων παραγωγών, αλλά μόνο εκείνη που αντιστοιχεί στο συγκεκριμένο εύρος του. Έστω λοιπόν το εύρος $[\alpha, \beta]$ μέσα στο οποίο ανήκει το P_1 και η δυαδική μεταβλητή Y για την οποία θα ισχύει :

$$Y \geq \frac{(P_1 - \alpha)}{\beta - \alpha}$$

Η μεταβλητή Y παίρνει τιμή ίση με τη μονάδα όταν το P_1 βρίσκεται μέσα σε αυτό το διάστημα και μηδέν σε κάθε άλλη περίπτωση. Η μορφή των συγκεκριμένων περιορισμών θα παρουσιαστεί στη συνέχεια μέσω των παραδειγμάτων που ακολουθούν.

<u>Παράδειγμα 1</u>

Σε πρώτη φάση, παρουσιάζεται ένα παράδειγμα, τα τεχνικά χαρακτηριστικά του οποίου (τεχνικό ελάχιστο και τεχνικό μέγιστο σε MWh) καθώς και οι τιμές/προσφορές[1], παρουσιάζονται στον πίνακα παρακάτω. Το παράδειγμα αυτό το εφαρμόζουμε για ζήτηση ίση με 1000 Mwh.

Μονάδα(i)	$Q_{min,i}$	$Q_{max,i}$	P_i
1	200	500	-

[1] Εκτός φυσικά της τιμής/προσφοράς του στρατηγικού παραγωγού που είναι μεταβλητή απόφασης και καθορίζεται από τον αλγόριθμο (σε €/MWh)

2	250	580	52
3	240	480	57
4	100	470	64

Όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί και τα εύρη που προέκυψαν λύνοντας το πρόβλημα του *ISO* παρουσιάζονται στη συνέχεια.

$$Min\ (P_1 * Q_1 + 52 * Q_2 + 57 * Q_3 + 64 * Q_4)$$

$$s.t \sum_{i=1}^{4} Q_i = 1000$$

$$200 * Z_1 \leq Q_1 \leq 500 * Z_1$$

$$250 * Z_2 \leq Q_2 \leq 580 * Z_2$$

$$240 * Z_3 \leq Q_3 \leq 480 * Z_3$$

$$100 * Z_4 \leq Q_4 \leq 470 * Z_4$$

$$Z_i, δυαδική\ μεταβλητή\ \forall i$$

$$P_{1,} Q_i \ \geq 0\ \forall i$$

<u>Συνδυασμός 1</u> **:**

Λύσεις		$P_1 \in [50-52]$	$P_1 \in [52-100]$
Μονάδα(i)	Z_i	Q_i	Q_i
1	1	410	200
2	1	250	460
3	1	240	240

4	1	100	100

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πρώτη λύση είναι $(52-50)*410=820€$ και $(100-50)*200=10.000€$ από την δεύτερη.

<u>Συνδυασμός 2</u> **:**

Λύσεις		$P_1 \in [50-57]$	$P_1 \in [57-64]$	$P_1 \in [64-100]$
Μονάδα(i)	Z_i	Q_i	Q_i	Q_i
1	1	500	420	200
2	0	0	0	0
3	1	400	480	480
4	1	100	100	320

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πρώτη λύση είναι $(57-50)*500=3500€$, $(64-50)*420=5.880€$ από την δεύτερη και $(100-50)*200=10.000€$ από την τρίτη.

<u>Συνδυασμός 3</u> **:**

Λύσεις		$P_1 \in [50-52]$	$P_1 \in [52-64]$	$P_1 \in [64-100]$
Μονάδα(i)	Z_i	Q_i	Q_i	Q_i
1	1	500	320	200
2	1	400	580	580
3	0	0	0	0

4	1	100	100	220

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πρώτη λύση είναι $(52-50)*500 = 1000€$, $(64-50)*320 = 4.480€$ από την δεύτερη και $(100-50)*200 = 10.000€$ από την τρίτη.

<u>Συνδυασμός 4</u> **:**

Λύσεις		$P_1 \in [50-52]$	$P_1 \in [52-100]$
Μονάδα(i)	Z_i	Q_i	Q_i
1	1	500	200
2	1	260	560
3	1	240	240
4	0	0	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πρώτη λύση είναι $(52-50)*500 = 1000€$ και $(100-50)*200 = 10.000€$ από την δεύτερη.

<u>Συνδυασμός 5</u> **:**

Λύσεις		$P_1 \in [50-52]$	$P_1 \in [52-100]$
Μονάδα(i)	Z_i	Q_i	Q_i
1	1	500	420
2	1	500	580
3	0	0	0

4	0	0	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πρώτη λύση είναι $(52 - 50) * 500 = 1000€$ και $(100 - 50) * 420 = 21.000€$ από την δεύτερη.

Έχοντας απαριθμήσει όλες τις λύσεις και τους πιθανούς συνδυασμούς που προέκυψαν λύνοντας το πρόβλημα του *ISO*, σειρά έχει το μαθηματικό μοντέλο του διεπίπεδου προγραμματισμού που μεγιστοποιεί το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού, η μορφοποίηση του οποίου παρουσιάζεται παρακάτω.

$$Max\ (P_1 - 50) * Q_1$$

$$s.t \sum_{i=1}^{4} Q_i = 1000$$

$$200 * Z_1 \leq Q_1 \leq 500 * Z_1$$

$$250 * Z_2 \leq Q_2 \leq 580 * Z_2$$

$$240 * Z_3 \leq Q_3 \leq 480 * Z_3$$

$$100 * Z_4 \leq Q_4 \leq 470 * Z_4$$

$$W_1 \leq \frac{(500 - Q_1)}{300}$$

$$W_1 \geq 201 - Q_1 - M * (1 - Z_1)$$

$$U_1 \leq \frac{(Q_1 - 200) + M * (1 - Z_1)}{300}$$

$$U_1 \geq Q_1 - 499$$

$$W_2 \leq \frac{(580 - Q_2)}{330}$$

$$W_2 \geq 251 - Q_2 - M * (1 - Z_2)$$

$$U_2 \leq \frac{(Q_2 - 250) + M * (1 - Z_2)}{330}$$

$$U_2 \geq Q_2 - 579$$

$$W_3 \leq \frac{(480 - Q_3)}{240}$$

$$W_3 \geq 241 - Q_3 - M * (1 - Z_3)$$

$$U_3 \leq \frac{(Q_3 - 240) + M * (1 - Z_3)}{300}$$

$$U_3 \geq Q_3 - 479$$

$$W_4 \leq \frac{(470 - Q_4)}{370}$$

$$W_4 \geq 101 - Q_4 - M * (1 - Z_4)$$

$$U_4 \leq \frac{(Q_4 - 100) + M * (1 - Z_4)}{370}$$

$$U_4 \geq Q_4 - 469$$

$$P_1 \geq 52 - (1 + W_2 - W_1) * M - M * (1 - Z_2)$$

$$P_1 \geq 57 - (1 + W_3 - W_1) * M - M * (1 - Z_3)$$

$$P_1 \geq 64 - (1 + W_4 - W_1) * M - M * (1 - Z_4)$$

$$P_1 \geq 52 - (U_1 + W_2) * M - M * (1 - Z_2)$$

$$P_1 \geq 57 - (U_1 + W_3) * M - M * (1 - Z_3)$$

$$P_1 \geq 64 - (U_1 + W_4) * M - M * (1 - Z_4)$$

$$52 \geq P_1 - (W_1 + U_2) * M - M * (1 - Z_2)$$

$$57 \geq P_1 - (W_1 + U_3) * M - M * (1 - Z_3)$$

$$64 \geq P_1 - (W_1 + U_4) * M - M * (1 - Z_4)$$

$$52 \geq P_1 - (1 + W_1 - W_2) * M - M * (1 - Z_1)$$

$$52 \geq 57 - (1 + W_3 - W_2) * M - M * (1 - Z_3)$$

$$52 \geq 64 - (1 + W_4 - W_2) * M - M * (1 - Z_4)$$

$$52 \geq P_1 - (U_2 + W_1) * M - M * (1 - Z_1)$$

$$52 \geq 57 - (U_2 + W_3) * M - M * (1 - Z_3)$$

$$52 \geq 64 - (U_2 + W_4) * M - M * (1 - Z_4)$$

$$P_1 \geq 52 - (W_2 + U_1) * M - M * (1 - Z_1)$$

$$57 \geq 52 - (W_2 + U_3) * M - M * (1 - Z_3)$$

$$64 \geq 52 - (W_2 + U_4) * M - M * (1 - Z_4)$$

$$57 \geq P_1 - (1 + W_1 - W_3) * M - M * (1 - Z_1)$$

$$57 \geq 52 - (1 + W_2 - W_3) * M - M * (1 - Z_2)$$

$$57 \geq 64 - (1 + W_4 - W_3) * M - M * (1 - Z_4)$$

$$57 \geq P_1 - (U_3 + W_1) * M - M * (1 - Z_1)$$

$$57 \geq 52 - (U_3 + W_2) * M - M * (1 - Z_2)$$

$$57 \geq 64 - (U_3 + W_4) * M - M * (1 - Z_4)$$

$$P_1 \geq 57 - (W_3 + U_1) * M - M * (1 - Z_1)$$

$$52 \geq 57 - (W_3 + U_2) * M - M * (1 - Z_2)$$

$$64 \geq 57 - (W_3 + U_4) * M - M * (1 - Z_4)$$

$$64 \geq P_1 - (1 + W_1 - W_4) * M - M * (1 - Z_1)$$

$$64 \geq 52 - (1 + W_2 - W_4) * M - M * (1 - Z_2)$$

$$64 \geq 57 - (1 + W_4 - W_4) * M - M * (1 - Z_3)$$

$$64 \geq P_1 - (U_4 + W_1) * M - M * (1 - Z_1)$$

$$64 \geq 52 - (U_4 + W_2) * M - M * (1 - Z_2)$$

$$64 \geq 57 - (U_4 + W_3) * M - M * (1 - Z_3)$$

$$P_1 \geq 64 - (W_4 + U_1) * M - M * (1 - Z_1)$$

$$52 \geq 64 - (W_4 + U_2) * M - M * (1 - Z_2)$$

$$57 \geq 64 - (W_4 + U_3) * M - M * (1 - Z_3)$$

$$50 \leq P_1 \leq 100$$

$$Z_1 = 1$$

$$Z_i, W_i, U_i\ δυαδικέςμεταβλητές\ \forall i$$

$$P_{1,}Q_i \geq 0\ \forall i$$

Οι λύσεις που προκύπτουν από την εφαρμογή του παραπάνω μοντέλου ακολουθούν στη συνέχεια.

***Λύση 1*:**

$\boldsymbol{P_1}$	100
$\boldsymbol{Q_1}$	420
$\boldsymbol{Q_2}$	580
$\boldsymbol{Q_3}$	0
$\boldsymbol{Q_4}$	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πρώτη λύση είναι 21.000€, αποτέλεσμα που επιβεβαιώνεται και από τη λύση του προβλήματος του *ISO* όπως υπολογίστηκε προηγουμένως.

Στο σημείο αυτό προστίθεται η δυαδική μεταβλητή Y_1 για την οποία ισχύει $Y_1 \geq \frac{(P_1-52)}{48}$ και η οποία παίρνει τιμή ίση με τη μονάδα όταν το P_1 ανήκει στο διάστημα [52,100]. Ακόμη προστίθεται ο περιορισμός $Z_3 + Z_4 + 1 - Z_2 + 1 - Y_1 \geq 1$, ώστε να επιβληθεί στο μοντέλο η εύρεση μιας απόλυτα διαφορετικής από την παραπάνω λύσης.

***Λύση 2*:**

$\boldsymbol{P_1}$	100
$\boldsymbol{Q_1}$	200
$\boldsymbol{Q_2}$	580
$\boldsymbol{Q_3}$	0
$\boldsymbol{Q_4}$	220

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την δεύτερη λύση είναι 10.000€

Προστίθεται η δυαδική μεταβλητή Y_2 για την οποία ισχύει $Y_2 \geq \frac{(P_1-64)}{36}$ και η οποία παίρνει τιμή ίση με τη μονάδα όταν το P_1 ανήκει στο διάστημα [64,100]. Προστίθεται και ο περιορισμός: $Z_3 + 1 - Z_2 + 1 - Z_4 + 1 - Y_2 \geq 1$

***<u>Λύση 3</u>*:**

$\boldsymbol{P_1}$	100
$\boldsymbol{Q_1}$	200
$\boldsymbol{Q_2}$	560
$\boldsymbol{Q_3}$	240
$\boldsymbol{Q_4}$	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την τρίτη λύση είναι 10.000€

Προστίθεται ο περιορισμός: $Z_4 + 1 - Z_2 + 1 - Z_3 + 1 - Y_1 \geq 1$

***<u>Λύση 4</u>*:**

$\boldsymbol{P_1}$	100
$\boldsymbol{Q_1}$	200
$\boldsymbol{Q_2}$	0
$\boldsymbol{Q_3}$	480
$\boldsymbol{Q_4}$	320

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την τέταρτη λύση είναι 10.000€

Προστίθεται ο περιορισμός: $Z_2 + 1 - Z_3 + 1 - Z_4 + 1 - Y_2 \geq 1$

***<u>Λύση 5</u>*:**

$\boldsymbol{P_1}$	100
$\boldsymbol{Q_1}$	200
$\boldsymbol{Q_2}$	460
$\boldsymbol{Q_3}$	240
$\boldsymbol{Q_4}$	100

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πέμπτη λύση είναι 10.000€

Προστίθεται ο περιορισμός: $1 - Z_2 + 1 - Z_3 + 1 - Z_4 + 1 - Y_1 \geq 1$

Λύση 6:

$\boldsymbol{P_1}$	64
$\boldsymbol{Q_1}$	420
$\boldsymbol{Q_2}$	0
$\boldsymbol{Q_3}$	480
$\boldsymbol{Q_4}$	100

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την έκτη λύση είναι 5.880€

Προστίθεται η δυαδική μεταβλητή Y_3 για την οποία ισχύει $Y_3 \geq \frac{(P_1 - 57)}{7}$ και η οποία παίρνει τιμή ίση με τη μονάδα όταν το P_1 ανήκει στο διάστημα [57,64]. Προστίθεται και ο περιορισμός: $Z_2 + 1 - Z_3 + 1 - Z_4 + 1 - Y_3 \geq 1$

Λύση 7:

$\boldsymbol{P_1}$	64
$\boldsymbol{Q_1}$	320
$\boldsymbol{Q_2}$	580
$\boldsymbol{Q_3}$	0
$\boldsymbol{Q_4}$	100

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την έβδομη λύση είναι 4.480€

Προστίθεται η δυαδική μεταβλητή Y_4 για την οποία ισχύει $Y_4 \geq \frac{(P_1 - 52)}{12}$ και η οποία παίρνει τιμή ίση με τη μονάδα όταν το P_1 ανήκει στο διάστημα [52,64]. Προστίθεται και ο περιορισμός: $Z_3 + 1 - Z_2 + 1 - Z_4 + 1 - Y_4 \geq 1$

***Λύση 8*:**

P_1	57
Q_1	500
Q_2	0
Q_3	400
Q_4	100

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την όγδοη λύση είναι 3.500€

Προστίθεται ο περιορισμός: $Z_2 + 1 - Z_3 + 1 - Z_4 \geq 1$

***Λύση 9*:**

P_1	52
Q_1	500
Q_2	500
Q_3	0
Q_4	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την ένατη λύση είναι 1.000€

Προστίθεται ο περιορισμός: $Z_3 + Z_4 + 1 - Z_2 \geq 1$

***Λύση 10*:**

P_1	52
Q_1	500
Q_2	260
Q_3	240
Q_4	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την δέκατη λύση είναι 1.000€

Προστίθεται ο περιορισμός: $Z_4 + 1 - Z_3 + 1 - Z_2 \geq 1$

Λύση 11:

P_1	52
Q_1	500
Q_2	400
Q_3	0
Q_4	100

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την ενδέκατη λύση είναι 1.000€

Προστίθεται ο περιορισμός: $Z_3 + 1 - Z_4 + 1 - Z_2 \geq 1$

Λύση 12:

P_1	52
Q_1	410
Q_2	250
Q_3	240
Q_4	100

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την ενδέκατη λύση είναι 820€

Παρατηρείται λοιπόν ότι, έχουν απαριθμηστεί όλοι ανεξαιρέτως οι πιθανοί συνδυασμοί και όλες οι εφικτές λύσεις που προκύπτουν από αυτούς, όπως ακριβώς βρέθηκαν και στο πρόβλημα του *ISO*, με βάση τη μείωση του μέγιστου κέρδους που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός.

Παράδειγμα 2

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ένα παράδειγμα, τα τεχνικά χαρακτηριστικά του οποίου (τεχνικό ελάχιστο και τεχνικό μέγιστο σε MWh) παραμένουν ίδια και αλλάζουν οι τιμές/προσφορές των παραγωγών. Το παράδειγμα αυτό το εφαρμόζουμε για ζήτηση ίση με 1050 Mwh.

Μονάδα(i)	$Q_{min,i}$	$Q_{max,i}$	P_i
1	200	500	-
2	250	580	55
3	240	480	58
4	100	470	60

Όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί και τα εύρη που προέκυψαν λύνοντας το πρόβλημα του *ISO* παρουσιάζονται στη συνέχεια.

Σημείωση: Οι μορφοποιήσεις του προβλήματος του *ISO*, καθώς και του μαθηματικού μοντέλου που αναπτύχθηκε για το παράδειγμα 2, παρουσιάζονται στα Παραρτήματα Α και Β.

Συνδυασμός 1 **:**

Λύσεις		$P_1 \in [50-55]$	$P_1 \in [55-100]$
Μονάδα(i)	Z_i	Q_i	Q_i
1	1	460	200
2	1	250	510
3	1	240	240
4	1	100	100

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πρώτη λύση είναι $(55-50)*460 = 2.300€$και $(100-50)*200 = 10.000€$ από την δεύτερη.

Συνδυασμός 2 **:**

Λύσεις		$P_1 \in [50-58]$	$P_1 \in [58-60]$	$P_1 \in [60-100]$
Μονάδα(i)	Z_i	Q_i	Q_i	Q_i
1	1	500	470	200
2	0	0	0	0
3	1	450	480	480
4	1	100	100	370

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πρώτη λύση είναι $(58-50)*500 = 4.000$€, $(60-50)*470 = 4.700$€ από την δεύτερη και $(100-50)*200 = 10.000$€ από την τρίτη.

Συνδυασμός 3 **:**

Λύσεις		$P_1 \in [50-55]$	$P_1 \in [55-60]$	$P_1 \in [60-100]$
Μονάδα(i)	Z_i	Q_i	Q_i	Q_i
1	1	500	370	200
2	1	450	580	580
3	0	0	0	0
4	1	100	100	270

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πρώτη λύση είναι $(55-50)*500 = 2.500$€, $(60-50)*370 = 3.700$€ από την δεύτερη και

$(100-50)*200 = 10.000$€ από την τρίτη.

<u>Συνδυασμός 4</u> **:**

Λύσεις		$P_1 \in [50-55]$	$P_1 \in [55-58]$	$P_1 \in [58-100]$
Μονάδα(i)	Z_i	Q_i	Q_i	Q_i
1	1	500	230	200
2	1	310	580	580
3	1	240	240	270
4	0	0	0	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πρώτη λύση είναι $(55-50) * 500 = 2.500€$, $(58-50) * 230 = 1.840€$ από την δεύτερη και $(100-50) * 200 = 10.000€$ από την τρίτη.

<u>Συνδυασμός 5</u> **:**

Λύσεις		$P_1 \in [50-55]$	$P_1 \in [55-100]$
Μονάδα(i)	Z_i	Q_i	Q_i
1	1	500	470
2	1	550	580
3	0	0	0
4	0	0	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πρώτη λύση είναι $(55-50) * 500 = 2.500€$ και $(100-50) * 470 = 23.500€$ από την δεύτερη.

Ακολουθούν οι λύσεις του μαθηματικού μοντέλου του διεπίπεδου προγραμματισμού που αναπτύχθηκε.

***<u>Λύση 1</u>*:**

P_1	100
Q_1	470
Q_2	580
Q_3	0
Q_4	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πρώτη λύση είναι 23.500€ αποτέλεσμα που επιβεβαιώνεται και από τη λύση του προβλήματος του *ISO* όπως υπολογίστηκε προηγουμένως.

Προστίθεται η δυαδική μεταβλητή Y_1 για την οποία ισχύει $Y_1 \geq \frac{(P_1-55)}{45}$ και η οποία παίρνει τιμή ίση με τη μονάδα όταν το P_1 ανήκει στο διάστημα [55,100]. Ακόμη προστίθεται ο περιορισμός $Z_3 + Z_4 + 1 - Z_2 + 1 - Y_1 \geq 1$, ώστε να επιβληθεί στο μοντέλο η εύρεση μιας απόλυτα διαφορετικής από την παραπάνω λύσης.

***<u>Λύση 2</u>*:**

P_1	100
Q_1	200
Q_2	580
Q_3	270
Q_4	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την δεύτερη λύση είναι 10.000€

Προστίθεται η δυαδική μεταβλητή Y_2 για την οποία ισχύει $Y_2 \geq \frac{(P_1-58)}{42}$ και η οποία παίρνει τιμή ίση με τη μονάδα όταν το P_1 ανήκει στο διάστημα [58,100]. Προστίθεται και ο περιορισμός: $Z_4 + 1 - Z_2 + 1 - Z_3 + 1 - Y_2 \geq 1$

***Λύση 3*:**

P_1	100
Q_1	200
Q_2	0
Q_3	480
Q_4	370

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την τρίτη λύση είναι 10.000€

Προστίθεται η δυαδική μεταβλητή Y_3 για την οποία ισχύει $Y_3 \geq \frac{(P_1-60)}{40}$ και η οποία παίρνει τιμή ίση με τη μονάδα όταν το P_1 ανήκει στο διάστημα [60,100]. Προστίθεται και ο περιορισμός: $Z_2 + 1 - Z_3 + 1 - Z_4 + 1 - Y_3 \geq 1$

***Λύση 4*:**

P_1	100
Q_1	200
Q_2	510
Q_3	240
Q_4	100

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την τέταρτη λύση είναι 10.000€

Προστίθεται ο περιορισμός: $1 - Z_2 + 1 - Z_3 + 1 - Z_4 + 1 - Y_1 \geq 1$

***Λύση 5*:**

P_1	100
Q_1	200
Q_2	580
Q_3	0
Q_4	270

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πέμπτη λύση είναι 10.000€

Προστίθεται ο περιορισμός: $Z_3 + 1 - Z_2 + 1 - Z_4 + 1 - Y_2 \geq 1$

Λύση 6:

$\boldsymbol{P_1}$	60
$\boldsymbol{Q_1}$	470
$\boldsymbol{Q_2}$	0
$\boldsymbol{Q_3}$	480
$\boldsymbol{Q_4}$	100

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την έκτη λύση είναι 4.700€

Προστίθεται η δυαδική μεταβλητή Y_4 για την οποία ισχύει $Y_4 \geq \frac{(P_1 - 58)}{2}$ και η οποία παίρνει τιμή ίση με τη μονάδα όταν το P_1 ανήκει στο διάστημα [58,60]. Προστίθεται και ο περιορισμός: $Z_2 + 1 - Z_3 + 1 - Z_4 + 1 - Y_4 \geq 1$

Λύση 7:

$\boldsymbol{P_1}$	58
$\boldsymbol{Q_1}$	500
$\boldsymbol{Q_2}$	0
$\boldsymbol{Q_3}$	450
$\boldsymbol{Q_4}$	100

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την έβδομη λύση είναι 4.000€

Προστίθεται ο περιορισμός: $Z_2 + 1 - Z_3 + 1 - Z_4 \geq 1$

Λύση 8:

$\boldsymbol{P_1}$	60
$\boldsymbol{Q_1}$	370
$\boldsymbol{Q_2}$	580
$\boldsymbol{Q_3}$	0
$\boldsymbol{Q_4}$	100

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την όγδοη λύση είναι 3.700€

Προστίθεται η δυαδική μεταβλητή Y_5 για την οποία ισχύει $Y_5 \geq \frac{(P_1-55)}{5}$ και η οποία παίρνει τιμή ίση με τη μονάδα όταν το P_1 ανήκει στο διάστημα [55,60]. Προστίθεται και ο περιορισμός: $Z_3 + 1 - Z_2 + 1 - Z_4 + 1 - Y_5 \geq 1$

***<u>Λύση 9</u>*:**

$\boldsymbol{P_1}$	55
$\boldsymbol{Q_1}$	500
$\boldsymbol{Q_2}$	550
$\boldsymbol{Q_3}$	0
$\boldsymbol{Q_4}$	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την ένατη λύση είναι 2.500€

Προστίθεται ο περιορισμός: $Z_3 + Z_4 + 1 - Z_2 \geq 1$

***<u>Λύση 10</u>*:**

$\boldsymbol{P_1}$	55
$\boldsymbol{Q_1}$	500
$\boldsymbol{Q_2}$	450
$\boldsymbol{Q_3}$	0
$\boldsymbol{Q_4}$	100

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την δέκατη λύση είναι 2.500€

Προστίθεται ο περιορισμός: $Z_3 + 1 - Z_4 + 1 - Z_2 \geq 1$

Λύση 11:

P_1	55
Q_1	500
Q_2	310
Q_3	240
Q_4	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την ενδέκατη λύση είναι 2.500€

Προστίθεται η δυαδική μεταβλητή Y_6 για την οποία ισχύει $Y_6 \geq \frac{(56-P_1)}{6}$ και $Y_6 \leq \frac{(100-P_1)}{45}$ και η οποία παίρνει τιμή ίση με τη μονάδα όταν το P_1 ανήκει στο διάστημα [50,55]. Προστίθεται και ο περιορισμός: $Z_4 + 1 - Z_2 + 1 - Z_3 + 1 - Y_5 \geq 1$

Λύση 12:

P_1	55
Q_1	460
Q_2	250
Q_3	240
Q_4	100

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την ενδέκατη λύση είναι 2.300€

Προστίθεται ο περιορισμός: $1 - Z_2 + 1 - Z_3 + 1 - Z_4 \geq 1$

Λύση 13:

P_1	58
Q_1	230
Q_2	580
Q_3	240
Q_4	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την ενδέκατη λύση είναι 1.840€

Όπως και στο προηγούμενο παράδειγμα, έτσι και σε αυτό, παρατηρείται ότι έχουν απαριθμηστεί όλοι ανεξαιρέτως οι πιθανοί συνδυασμοί και όλες οι εφικτές λύσεις που προκύπτουν από αυτούς, όπως ακριβώς βρέθηκαν και στο πρόβλημα του *ISO*, με βάση τη μείωση του μέγιστου κέρδους που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός

<u>Παράδειγμα 3</u>

Στο τελευταίο παράδειγμα που θα αναλυθεί, τα τεχνικά χαρακτηριστικά, όπως έχει ήδη αναφερθεί, παραμένουν ίδια, αλλάζουν οι τιμές προσφοράς και οι παραγωγοί καλούνται να καλύψουν ζήτηση ίση με 900 Mwh. Τα δεδομένα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Μονάδα$(\boldsymbol{i})$	$Q_{min,i}$	$Q_{max,i}$	P_i
1	200	500	-
2	250	580	68
3	240	480	65
4	100	470	58

Όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί και τα εύρη που προέκυψαν λύνοντας το πρόβλημα του *ISO* παρουσιάζονται στη συνέχεια.

<u>Σημείωση: Οι μορφοποιήσεις του προβλήματος του *ISO* καθώς και του μαθηματικού μοντέλου που αναπτύχθηκε για το παράδειγμα 3, παρουσιάζονται στα Παραρτήματα Α και Β.</u>

Συνδυασμός 1 **:**

Λύσεις		$P_1 \in [50-58]$	$P_1 \in [58-100]$
Μονάδα(i)	Z_i	Q_i	Q_i
1	1	310	200
2	1	250	250
3	1	240	240
4	1	100	210

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πρώτη λύση είναι $(58-50)*310 = 2.480€$ και $(100-50)*200 = 10.000€$ από την δεύτερη.

Συνδυασμός 2 **:**

Λύσεις		$P_1 \in [50-58]$	$P_1 \in [58-100]$
Μονάδα(i)	Z_i	Q_i	Q_i
1	1	500	200
2	0	0	0
3	1	240	240
4	1	160	460

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πρώτη λύση είναι $(58-50)*500 = 4.000€$ και $(100-50)*200 = 10.000€$ από την δεύτερη.

Συνδυασμός 3 :

Λύσεις		$P_1 \in [50 - 58]$	$P_1 \in [58 - 100]$
Μονάδα(i)	Z_i	Q_i	Q_i
1	1	500	200
2	1	250	250
3	0	0	0
4	1	150	450

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πρώτη λύση είναι $(58 - 50) * 500 = 4.000€$ και $(100 - 50) * 200 = 10.000€$ από την δεύτερη.

Συνδυασμός 4 :

Λύσεις		$P_1 \in [50 - 65]$	$P_1 \in [65 - 100]$
Μονάδα(i)	Z_i	Q_i	Q_i
1	1	410	200
2	1	250	250
3	1	240	450
4	0	0	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πρώτη λύση είναι $(65 - 50) * 410 = 6.150€$ και $(100 - 50) * 200 = 10.000€$ από την δεύτερη.

Συνδυασμός 5 :

Λύσεις		$P_1 \in [50-68]$	$P_1 \in [68-100]$
Μονάδα(i)	Z_i	Q_i	Q_i
1	1	500	320
2	1	400	580
3	0	0	0
4	0	0	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πρώτη λύση είναι $(68-50)*500 = 9.000€$ και $(100-50)*320 = 16.000€$ από την δεύτερη.

Συνδυασμός 6 :

Λύσεις		$P_1 \in [50-65]$	$P_1 \in [65-100]$
Μονάδα(i)	Z_i	Q_i	Q_i
1	1	500	420
2	0	0	0
3	1	400	480
4	0	0	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πρώτη λύση είναι $(65-50)*500 = 7.500€$ και $(100-50)*420 = 21.000€$ από την δεύτερη.

Συνδυασμός 7 **:**

Λύσεις		$P_1 \in [50 - 58]$	$P_1 \in [58 - 100]$
Μονάδα(i)	Z_i	Q_i	Q_i
1	1	500	430
2	0	0	0
3	0	0	0
4	1	400	470

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πρώτη λύση είναι $(58 - 50) * 500 = 4.000€$ και $(100 - 50) * 430 = 21.500€$ από την δεύτερη.

Ακολουθούν οι λύσεις του μαθηματικού μοντέλου που αναπτύχθηκε.

***Λύση 1*:**

$\boldsymbol{P_1}$	100
$\boldsymbol{Q_1}$	430
$\boldsymbol{Q_2}$	0
$\boldsymbol{Q_3}$	0
$\boldsymbol{Q_4}$	470

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πρώτη λύση είναι 21.500€ αποτέλεσμα που επιβεβαιώνεται και από τη λύση του προβλήματος του *ISO*, όπως υπολογίστηκε προηγουμένως.

Προστίθεται η δυαδική μεταβλητή Y_1 για την οποία ισχύει $Y_1 \geq \frac{(P_1 - 58)}{42}$ και η οποία παίρνει τιμή ίση με τη μονάδα όταν το P_1 ανήκει στο διάστημα [58,100]. Προστίθεται και ο περιορισμός: $Z_2 + Z_3 + 1 - Z_4 + 1 - Y_1 \geq 1$

***Λύση 2*:**

P_1	100
Q_1	420
Q_2	0
Q_3	480
Q_4	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την δεύτερη λύση είναι 21.000€

Προστίθεται η δυαδική μεταβλητή Y_2 για την οποία ισχύει $Y_2 \geq \frac{(P_1-65)}{35}$ και η οποία παίρνει τιμή ίση με τη μονάδα όταν το P_1 ανήκει στο διάστημα [65,100]. Προστίθεται και ο περιορισμός: $Z_2 + Z_4 + 1 - Z_3 + 1 - Y_2 \geq 1$

***Λύση 3*:**

P_1	100
Q_1	320
Q_2	580
Q_3	0
Q_4	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την τρίτη λύση είναι 16.000€

Προστίθεται η δυαδική μεταβλητή Y_3 για την οποία ισχύει $Y_3 \geq \frac{(P_1-68)}{32}$ και η οποία παίρνει τιμή ίση με τη μονάδα όταν το P_1 ανήκει στο διάστημα [68,100]. Προστίθεται και ο περιορισμός: $Z_3 + Z_4 + 1 - Z_2 + 1 - Y_3 \geq 1$

***Λύση 4*:**

P_1	100
Q_1	200
Q_2	250
Q_3	450
Q_4	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την τέταρτη λύση είναι 10.000€

Προστίθεται ο περιορισμός: $Z_4 + 1 - Z_2 + 1 - Z_3 + 1 - Y_2 \geq 1$

***Λύση 5*:**

$\boldsymbol{P_1}$	100
$\boldsymbol{Q_1}$	200
$\boldsymbol{Q_2}$	0
$\boldsymbol{Q_3}$	240
$\boldsymbol{Q_4}$	460

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την πέμπτη λύση είναι 10.000€

Προστίθεται ο περιορισμός: $Z_2 + 1 - Z_3 + 1 - Z_4 + 1 - Y_1 \geq 1$

***Λύση 6*:**

$\boldsymbol{P_1}$	100
$\boldsymbol{Q_1}$	200
$\boldsymbol{Q_2}$	250
$\boldsymbol{Q_3}$	0
$\boldsymbol{Q_4}$	450

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την έκτη λύση είναι 10.000€

Προστίθεται ο περιορισμός: $Z_3 + 1 - Z_2 + 1 - Z_4 + 1 - Y_1 \geq 1$

***Λύση 7*:**

$\boldsymbol{P_1}$	100
$\boldsymbol{Q_1}$	200
$\boldsymbol{Q_2}$	250
$\boldsymbol{Q_3}$	240
$\boldsymbol{Q_4}$	210

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την έβδομη λύση είναι 10.000€

Προστίθεται ο περιορισμός: $1 - Z_2 + 1 - Z_3 + 1 - Z_4 + 1 - Y_1 \geq 1$

Λύση 8:

$\boldsymbol{P_1}$	68
$\boldsymbol{Q_1}$	500
$\boldsymbol{Q_2}$	400
$\boldsymbol{Q_3}$	0
$\boldsymbol{Q_4}$	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την όγδοη λύση είναι 9.000€

Προστίθεται ο περιορισμός: $Z_3 + Z_4 + 1 - Z_2 \geq 1$

Λύση 9:

$\boldsymbol{P_1}$	65
$\boldsymbol{Q_1}$	500
$\boldsymbol{Q_2}$	0
$\boldsymbol{Q_3}$	400
$\boldsymbol{Q_4}$	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την ένατη λύση είναι 7.500€

Προστίθεται ο περιορισμός: $Z_2 + Z_4 + 1 - Z_3 \geq 1$

Λύση 10:

$\boldsymbol{P_1}$	65
$\boldsymbol{Q_1}$	410
$\boldsymbol{Q_2}$	250
$\boldsymbol{Q_3}$	240
$\boldsymbol{Q_4}$	0

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την δέκατη λύση είναι 6.150€

Προστίθεται ο περιορισμός: $Z_4 + 1 - Z_2 + 1 - Z_3 \geq 1$

Λύση 11:

P_1	58
Q_1	500
Q_2	250
Q_3	0
Q_4	150

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την ενδέκατη λύση είναι 4.000€

Προστίθεται ο περιορισμός: $Z_3 + 1 - Z_2 + 1 - Z_4 \geq 1$

Λύση 12:

P_1	58
Q_1	500
Q_2	0
Q_3	240
Q_4	160

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την ενδέκατη λύση είναι 4.000€

Προστίθεται ο περιορισμός:$Z_2 + 1 - Z_3 + 1 - Z_4 \geq 1$

Λύση 13:

P_1	58
Q_1	500
Q_2	0
Q_3	0
Q_4	400

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την ενδέκατη λύση είναι 4.000€

Προστίθεται ο περιορισμός: $Z_2 + Z_3 + 1 - Z_4 \geq 1$

Λύση 14:

$\boldsymbol{P_1}$	58
$\boldsymbol{Q_1}$	310
$\boldsymbol{Q_2}$	250
$\boldsymbol{Q_3}$	240
$\boldsymbol{Q_4}$	100

Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει ο στρατηγικός παραγωγός από την ενδέκατη λύση είναι 2.480€

Παρατηρείται λοιπόν, ότι και στο τελευταίο παράδειγμα, έχουν εντοπιστεί και απαριθμηστεί όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί και όλες οι εφικτές λύσεις που προκύπτουν από αυτούς, όπως ακριβώς βρέθηκαν και στο πρόβλημα του *ISO*.

Κεφάλαιο 5ο

Συμπεράσματα και Μελλοντική έρευνα

Ο αντικειμενικός σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας ήταν η ανάπτυξη ενός αλγορίθμου συνδυαστικής απαρίθμησης ο οποίος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εύρεση του βέλτιστου συνδυασμού υποβολής προσφορών σε μια αγορά ηλεκτρικής ενέργειας ημερήσιου προγραμματισμού.

Αρχικά, στο πρώτο και δεύτερο κεφάλαιο έγινε μια εισαγωγή στις αγορές ενέργειας και στον τρόπο λειτουργίας τους καθώς επίσης και στον μικτό ακέραιο διεπίπεδο γραμμικό προγραμματισμό, ο οποίος αποτέλεσε και το υπόβαθρο για την ανάπτυξη του μαθηματικού μοντέλου στη συνέχεια.

Στο τρίτο κεφάλαιο διατυπώθηκε το πρόβλημα το οποίο μελετήθηκε και αναπτύχθηκε το μαθηματικό μοντέλο το οποίο το περιγράφει. Στη συνέχεια παρουσιάστηκε η μέθοδος αποζημίωσης των παραγωγών και διατυπώθηκαν οι περιορισμοί που κρίθηκαν απαραίτητοι για την εύρεση όλων των εφικτών λύσεων.

Στο πειραματικό κομμάτι της εργασίας, αρχικά παρουσιάστηκε και αναλύθηκε ο αλγόριθμος επίλυσης του μαθηματικού μοντέλου για μία χρονική περίοδο. Στη συνέχεια, ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε σε τρία ρεαλιστικά παραδείγματα, τα αποτελέσματα των οποίων καταγράφηκαν και παρουσιάστηκαν στο τέταρτο κεφάλαιο.

Η διαδικασία αυτή ακολουθεί την λογική της προσθήκης τομών για την εύρεση όλων των δυνατών λύσεων που μπορούν να προκύψουν από κάθε συνδυασμό ενεργών μονάδων. Ο αλγόριθμος βασίστηκε στην προσθήκη τομών, έτσι ώστε να περιοριστεί το εύρος των πιθανών λύσεων χωρίς να επηρεάζεται η βελτιστότητα, περιορίζοντας ταυτόχρονα τόσο τη δυσκολία του προβλήματος όσο και το χρόνο εύρεσης μίας βέλτιστης λύσης. Αξίζει ακόμη να σημειωθεί πως οι συνθήκες βελτιστότητας που αναλύθηκαν, ήταν καίριας σημασίας για την επίλυση του προβλήματος. Παρόλο που μπορεί να υπάρξει βέλτιστη λύση με διαφορετικά χαρακτηριστικά από αυτά των συνθηκών βελτιστότητας, αποδείχτηκε ότι πάντοτε θα υπάρχουν βέλτιστες λύσεις που επαληθεύουν στις συνθήκες αυτές

Εν κατακλείδι, αντικείμενο μελλοντικής έρευνας θα μπορούσε να αποτελέσει η μελέτη της συμπεριφοράς των αποτελεσμάτων που θα προέκυπταν από την εφαρμογή του αλγορίθμου σε διαφορετικά παραδείγματα αγορών ενέργειας με διαφορετικά τεχνικά χαρακτηριστικά και σύγκριση με τη συμπεριφορά των αποτελεσμάτων που παρουσιάζονται στην παρούσα διπλωματική εργασία. Θα μπορούσε ακόμα να δοκιμαστεί και η απόδοση των εναλλακτικών μεθόδων αποζημίωσης στα παραδείγματα αυτά ή ακόμη και η ανάπτυξη ενός αλγορίθμου επίλυσης του μαθηματικού μοντέλου πολλών χρονικών περιόδων.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α΄

Για την υλοποίηση όλων των μοντέλων χρησιμοποιήθηκε το LINGO 14.0.

Μορφοποίηση του προβλήματος του *ISO*για το Παράδειγμα 1

```
MIN= P1*Q1+52*Q2+57*Q3+64*Q4;

Q1+Q2+Q3+Q4=1000;
200<=Q1;
Q1<=500;
Z2*250<=Q2;
Q2<=Z2*580;
Z3*240<=Q3;
Q3<=Z3*480;
Z4*100<=Q4;
Q4<=Z4*470;
```

! Η τιμή του P_1 και των Z_i είναι ενδεικτικές και αντιστοιχούν στην πρώτη λύση του πρώτου συνδυασμού. Μεταβάλλονται για τον έλεγχο όλων των πιθανών ενδεχομένων.

```
P1=50;

Z1=1;
Z2=1;
Z4=1;
Z3=1;

@GIN(Z1);
@BIN(Z2);
@BIN(Z3);
@BIN(Z4);
@GIN(Q1);
@GIN(Q2);
@GIN(Q3);
@GIN(Q4);
@GIN(P1);
```

Μορφοποίηση του προβλήματος του *ISO*για το Παράδειγμα 2

```
MIN= P1*Q1+55*Q2+58*Q3+60*Q4;

Q1+Q2+Q3+Q4=1050;
200<=Q1;
Q1<=500;
Z2*250<=Q2;
Q2<=Z2*580;
Z3*240<=Q3;
Q3<=Z3*480;
Z4*100<=Q4;
Q4<=Z4*470;
```

! Η τιμή του P_1 και των Z_i είναι ενδεικτικές και αντιστοιχούν στην πρώτη λύση του πρώτου συνδυασμού. Μεταβάλλονται για τον έλεγχο όλων των πιθανών ενδεχομένων.

```
P1=50;

Z1=1;
Z2=1;
Z4=1;
Z3=1;

@GIN(Z1);
@BIN(Z2);
@BIN(Z3);
@BIN(Z4);
@GIN(Q1);
@GIN(Q2);
@GIN(Q3);
@GIN(Q4);
@GIN(P1);
```

Μορφοποίηση του προβλήματος του*ISO* για το Παράδειγμα 3

```
MIN= P1*Q1+68*Q2+65*Q3+58*Q4;

Q1+Q2+Q3+Q4=900;
200<=Q1;
Q1<=500;
Z2*250<=Q2;
Q2<=Z2*580;
Z3*240<=Q3;
Q3<=Z3*480;
Z4*100<=Q4;
Q4<=Z4*470;
```

! Η τιμή του P_1 και των Z_i είναι ενδεικτικές και αντιστοιχούν στην πρώτη λύση του πρώτου συνδυασμού. Μεταβάλλονται για τον έλεγχο όλων των πιθανών ενδεχομένων.

```
P1=50;

Z1=1;
Z2=1;
Z4=1;
Z3=1;

@GIN(Z1);
@BIN(Z2);
@BIN(Z3);
@BIN(Z4);
@GIN(Q1);
@GIN(Q2);
@GIN(Q3);
@GIN(Q4);
@GIN(P1);
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β΄

Μορφοποίηση του διεπίπεδου προβλήματος για το Παράδειγμα 1

```
MAX = (P1-50)*Q1 ;

Q1+ Q2 + Q3 + Q4 =1000;
200 <= Q1;
Q1 <= 500;
Z2*250 <= Q2;
Q2 <= Z2*580;
Z3*240 <= Q3;
Q3 <= Z3*480;
Z4*100 <= Q4;
Q4 <= Z4*470;

W1*300<= (500- Q1);
W1>= 201- Q1 - 1000000*(1-Z1);
U1*300<= (Q1-200) + 1000000*(1-Z1);
U1>= Q1-499;

W2*330<= (580- Q2);
W2>= 251- Q2 - 10000000*(1-Z2);
U2*330<= (Q2-250)  + 10000000*(1-Z2);
U2>= Q2-579;

W3*240<= (480- Q3);
W3>= 241- Q3 - 10000000*(1-Z3);
U3*240<= (Q3-240) + 10000000*(1-Z3);
U3>= Q3-479;

W4*370<= (470- Q4);
W4>= 101- Q4 - 10000000*(1-Z4);
U4*370<= (Q4-100) + 10000000*(1-Z4);
U4>= Q4-469;

P1>= 52-(1+W2-W1)*10000000 - 10000000*(1-Z2);
P1>= 57-(1+W3-W1)*10000000 - 10000000*(1-Z3);
P1>= 64-(1+W4-W1)*10000000 - 10000000*(1-Z4);

P1>=52-(U1+W2)*10000000 - 10000000*(1-Z2);
P1>=57-(U1+W3)*10000000 - 10000000*(1-Z3);
P1>=64-(U1+W4)*10000000 - 10000000*(1-Z4);

52>= P1-(W1+U2)*10000000 - 10000000*(1-Z2);
57>= P1-(W1+U3)*10000000 - 10000000*(1-Z3);
64>= P1-(W1+U4)*10000000 - 10000000*(1-Z4);


52>= P1-(1+W1-W2)*10000000- 10000000*(1-Z1);
```

```
52>= 57-(1+W3-W2)*10000000- 10000000*(1-Z3);
52>= 64-(1+W4-W2)*10000000- 10000000*(1-Z4);

52>=P1-(U2+W1)*10000000- 10000000*(1-Z1);
52>=57-(U2+W3)*10000000- 10000000*(1-Z3);
52>=64-(U2+W4)*10000000- 10000000*(1-Z4);

P1>= 52-(W2+U1)*10000000- 10000000*(1-Z1);
57>= 52-(W2+U3)*10000000- 10000000*(1-Z3);
64>= 52-(W2+U4)*10000000- 10000000*(1-Z4);


57>= P1-(1+W1-W3)*10000000- 10000000*(1-Z1);
57>= 52-(1+W2-W3)*10000000- 10000000*(1-Z2);
57>= 64-(1+W4-W3)*10000000- 10000000*(1-Z4);

57>=52-(U3+W2)*10000000- 10000000*(1-Z2);
57>=P1-(U3+W1)*10000000- 10000000*(1-Z1);
57>=64-(U3+W4)*10000000- 10000000*(1-Z4);

52>= 57-(W3+U2)*10000000- 10000000*(1-Z2);
P1>= 57-(W3+U1)*10000000- 10000000*(1-Z1);
64>= 57-(W3+U4)*10000000- 10000000*(1-Z4);


64>= 52-(1+W2-W4)*10000000- 10000000*(1-Z2);
64>= 57-(1+W3-W4)*10000000- 10000000*(1-Z3);
64>= P1-(1+W1-W4)*10000000- 10000000*(1-Z1);

64>=52-(U4+W2)*10000000- 10000000*(1-Z2);
64>=57-(U4+W3)*10000000- 10000000*(1-Z3);
64>=P1-(U4+W1)*10000000- 10000000*(1-Z1);

52>= 64-(W4+U2)*10000000- 10000000*(1-Z2);
57>= 64-(W4+U3)*10000000- 10000000*(1-Z3);
P1>= 64-(W4+U1)*10000000- 10000000*(1-Z1);


Z1=1;
P1>=50;
P1<=100;

Y1>=(P1-52)/48;
Z3+Z4+1-Z2+1-Y1>=1;

Y2>=(P1-64)/36;
Z3+1-Z2+1-Z4+1-Y2>=1;

Z4+1-Z2+1-Z3+1-Y1>=1;

Z2+1-Z3+1-Z4+1-Y2>=1;
```

```
1-Z2+1-Z3+1-Z4+1-Y1>=1;

Y3>=(P1-57)/7;
Z2+1-Z3+1-Z4+1-Y3>=1;

Y4>=(P1-52)/12;
Z3+1-Z2+1-Z4+1-Y4>=1;

Z2+1-Z3+1-Z4>=1;

Z3+Z4+1-Z2>=1;

Z4+1-Z2+1-Z3>=1;

Z3+1-Z2+1-Z4>=1;

1-Z2+1-Z3+1-Z4>=1;


@GIN(Z1);
@BIN(Z2);
@BIN(Z3);
@BIN(Z4);
@GIN(Q1);
@GIN(Q2);
@GIN(Q3);
@GIN(Q4);
@GIN(P1);

@BIN(W1);
@BIN(W2);
@BIN(W3);
@BIN(W4);
@BIN(U1);
@BIN(U2);
@BIN(U3);
@BIN(U4);
@BIN(Y1);
@BIN(Y2);
@BIN(Y3);
@BIN(Y4);
```

Μορφοποίηση του διεπίπεδου προβλήματος για το Παράδειγμα 2

```
MAX = (P1-50)*Q1 ;

Q1+ Q2 + Q3 + Q4 =1050;
200 <= Q1;
Q1 <= 500;
Z2*250 <= Q2;
Q2 <= Z2*580;
Z3*240 <= Q3;
Q3 <= Z3*480;
Z4*100 <= Q4;
Q4 <= Z4*470;

W1*300<= (500- Q1);
W1>= 201- Q1 - 1000000*(1-Z1);
U1*300<= (Q1-200) + 1000000*(1-Z1);
U1>= Q1-499;

W2*330<= (580- Q2);
W2>= 251- Q2 - 10000000*(1-Z2);
U2*330<= (Q2-250) + 10000000*(1-Z2);
U2>= Q2-579;

W3*240<= (480- Q3);
W3>= 241- Q3 - 10000000*(1-Z3);
U3*240<= (Q3-240) + 10000000*(1-Z3);
U3>= Q3-479;

W4*370<= (470- Q4);
W4>= 101- Q4 - 10000000*(1-Z4);
U4*370<= (Q4-100) + 10000000*(1-Z4);
U4>= Q4-469;

P1>= 55-(1+W2-W1)*10000000 - 10000000*(1-Z2);
P1>= 58-(1+W3-W1)*10000000 - 10000000*(1-Z3);
P1>= 60-(1+W4-W1)*10000000 - 10000000*(1-Z4);

P1>=55-(U1+W2)*10000000 - 10000000*(1-Z2);
P1>=58-(U1+W3)*10000000 - 10000000*(1-Z3);
P1>=60-(U1+W4)*10000000 - 10000000*(1-Z4);

55>= P1-(W1+U2)*10000000 - 10000000*(1-Z2);
58>= P1-(W1+U3)*10000000 - 10000000*(1-Z3);
60>= P1-(W1+U4)*10000000 - 10000000*(1-Z4);


55>= P1-(1+W1-W2)*10000000- 10000000*(1-Z1);
55>= 58-(1+W3-W2)*10000000- 10000000*(1-Z3);
55>= 60-(1+W4-W2)*10000000- 10000000*(1-Z4);
```

```
55>=P1-(U2+W1)*10000000- 10000000*(1-Z1);
55>=58-(U2+W3)*10000000- 10000000*(1-Z3);
55>=60-(U2+W4)*10000000- 10000000*(1-Z4);

P1>= 55-(W2+U1)*10000000- 10000000*(1-Z1);
58>= 55-(W2+U3)*10000000- 10000000*(1-Z3);
60>= 55-(W2+U4)*10000000- 10000000*(1-Z4);


58>= P1-(1+W1-W3)*10000000- 10000000*(1-Z1);
58>= 55-(1+W2-W3)*10000000- 10000000*(1-Z2);
58>= 60-(1+W4-W3)*10000000- 10000000*(1-Z4);

58>=55-(U3+W2)*10000000- 10000000*(1-Z2);
58>=P1-(U3+W1)*10000000- 10000000*(1-Z1);
58>=60-(U3+W4)*10000000- 10000000*(1-Z4);

55>= 58-(W3+U2)*10000000- 10000000*(1-Z2);
P1>= 58-(W3+U1)*10000000- 10000000*(1-Z1);
60>= 58-(W3+U4)*10000000- 10000000*(1-Z4);


60>= 55-(1+W2-W4)*10000000- 10000000*(1-Z2);
60>= 58-(1+W3-W4)*10000000- 10000000*(1-Z3);
60>= P1-(1+W1-W4)*10000000- 10000000*(1-Z1);

60>=55-(U4+W2)*10000000- 10000000*(1-Z2);
60>=58-(U4+W3)*10000000- 10000000*(1-Z3);
60>=P1-(U4+W1)*10000000- 10000000*(1-Z1);

55>= 60-(W4+U2)*10000000- 10000000*(1-Z2);
58>= 60-(W4+U3)*10000000- 10000000*(1-Z3);
P1>= 60-(W4+U1)*10000000- 10000000*(1-Z1);


Z1=1;
P1>=50;
P1<=100;

Y1>=(P1-55)/45;
Z3+Z4+1-Z2+1-Y1>=1;

Y2>=(P1-58)/42;
Z4+1-Z2+1-Z3+1-Y2>=1;

Y3>=(P1-60)/40;
Z2+1-Z3+1-Z4+1-Y3>=1;

1-Z2+1-Z3+1-Z4+1-Y1>=1;

Z3+1-Z2+1-Z4+1-Y2>=1;
```

```
Y4>=(P1-58)/2;
Z2+1-Z3+1-Z4+1-Y4>=1;

Z2+1-Z3+1-Z4>=1;

Y5>=(P1-55)/5;
Z3+1-Z2+1-Z4+1-Y5>=1;

Z3+Z4+1-Z2>=1;

Z3+1-Z2+1-Z4>=1;

Y6>=(56-P1)/6;
Y6<=(100-P1)/45;
Z4+1-Z2+1-Z3+1-Y6>=1;

1-Z2+1-Z3+1-Z4>=1;


@GIN(Z1);
@BIN(Z2);
@BIN(Z3);
@BIN(Z4);
@GIN(Q1);
@GIN(Q2);
@GIN(Q3);
@GIN(Q4);
@GIN(P1);

@BIN(W1);
@BIN(W2);
@BIN(W3);
@BIN(W4);
@BIN(U1);
@BIN(U2);
@BIN(U3);
@BIN(U4);
@BIN(Y1);
@BIN(Y2);
@BIN(Y3);
@BIN(Y4);
@BIN(Y5);
@BIN(Y6);
```

Μορφοποίηση του διεπίπεδου προβλήματος για το Παράδειγμα 3

```
MAX = (P1-50)*Q1 ;

Q1+ Q2 + Q3 + Q4 =900;
200 <= Q1;
Q1 <= 500;
Z2*250 <= Q2;
Q2 <= Z2*580;
Z3*240 <= Q3;
Q3 <= Z3*480;
Z4*100 <= Q4;
Q4 <= Z4*470;

W1*300<= (500- Q1);
W1>= 201- Q1 - 1000000*(1-Z1);
U1*300<= (Q1-200) + 1000000*(1-Z1);
U1>= Q1-499;

W2*330<= (580- Q2);
W2>= 251- Q2 - 10000000*(1-Z2);
U2*330<= (Q2-250)  + 10000000*(1-Z2);
U2>= Q2-579;

W3*240<= (480- Q3);
W3>= 241- Q3 - 10000000*(1-Z3);
U3*240<= (Q3-240) + 10000000*(1-Z3);
U3>= Q3-479;

W4*370<= (470- Q4);
W4>= 101- Q4 - 10000000*(1-Z4);
U4*370<= (Q4-100) + 10000000*(1-Z4);
U4>= Q4-469;

P1>= 68-(1+W2-W1)*10000000 - 10000000*(1-Z2);
P1>= 65-(1+W3-W1)*10000000 - 10000000*(1-Z3);
P1>= 58-(1+W4-W1)*10000000 - 10000000*(1-Z4);

P1>=68-(U1+W2)*10000000 - 10000000*(1-Z2);
P1>=65-(U1+W3)*10000000 - 10000000*(1-Z3);
P1>=58-(U1+W4)*10000000 - 10000000*(1-Z4);

68>= P1-(W1+U2)*10000000 - 10000000*(1-Z2);
65>= P1-(W1+U3)*10000000 - 10000000*(1-Z3);
58>= P1-(W1+U4)*10000000 - 10000000*(1-Z4);


68>= P1-(1+W1-W2)*10000000- 10000000*(1-Z1);
68>= 65-(1+W3-W2)*10000000- 10000000*(1-Z3);
68>= 58-(1+W4-W2)*10000000- 10000000*(1-Z4);
```

```
68>=P1-(U2+W1)*10000000- 10000000*(1-Z1);
68>=65-(U2+W3)*10000000- 10000000*(1-Z3);
68>=58-(U2+W4)*10000000- 10000000*(1-Z4);

P1>= 68-(W2+U1)*10000000- 10000000*(1-Z1);
65>= 68-(W2+U3)*10000000- 10000000*(1-Z3);
58>= 68-(W2+U4)*10000000- 10000000*(1-Z4);


65>= P1-(1+W1-W3)*10000000- 10000000*(1-Z1);
65>= 68-(1+W2-W3)*10000000- 10000000*(1-Z2);
65>= 58-(1+W4-W3)*10000000- 10000000*(1-Z4);

65>=68-(U3+W2)*10000000- 10000000*(1-Z2);
65>=P1-(U3+W1)*10000000- 10000000*(1-Z1);
65>=58-(U3+W4)*10000000- 10000000*(1-Z4);

68>= 65-(W3+U2)*10000000- 10000000*(1-Z2);
P1>= 65-(W3+U1)*10000000- 10000000*(1-Z1);
58>= 65-(W3+U4)*10000000- 10000000*(1-Z4);


58>= 68-(1+W2-W4)*10000000- 10000000*(1-Z2);
58>= 65-(1+W3-W4)*10000000- 10000000*(1-Z3);
58>= P1-(1+W1-W4)*10000000- 10000000*(1-Z1);

58>=68-(U4+W2)*10000000- 10000000*(1-Z2);
58>=65-(U4+W3)*10000000- 10000000*(1-Z3);
58>=P1-(U4+W1)*10000000- 10000000*(1-Z1);

68>= 58-(W4+U2)*10000000- 10000000*(1-Z2);
65>= 58-(W4+U3)*10000000- 10000000*(1-Z3);
P1>= 58-(W4+U1)*10000000- 10000000*(1-Z1);


Z1=1;
P1>=50;
P1<=100;

Y1>=(P1-58)/42;
Z2+Z3+1-Z4+1-Y1>=1;

Y2>=(P1-65)/35;
Z2+Z4+1-Z3+1-Y2>=1;

Y3>=(P1-68)/32;
Z3+Z4+1-Z2+1-Y3>=1;

Z4+1-Z2+1-Z3+1-Y2>=1;

Z2+1-Z3+1-Z4+1-Y1>=1;
```

```
Z3+1-Z2+1-Z4+1-Y1>=1;

1-Z2+1-Z3+1-Z4+1-Y1>=1;

Z3+Z4+1-Z2>=1;

Z2+Z4+1-Z3>=1;

Z4+1-Z2+1-Z3>=1;

Z3+1-Z2+1-Z4>=1;

Z2+1-Z3+1-Z4>=1;

Z2+Z3+1-Z4>=1;



@GIN(Z1);
@BIN(Z2);
@BIN(Z3);
@BIN(Z4);
@GIN(Q1);
@GIN(Q2);
@GIN(Q3);
@GIN(Q4);
@GIN(P1);

@BIN(W1);
@BIN(W2);
@BIN(W3);
@BIN(W4);
@BIN(U1);
@BIN(U2);
@BIN(U3);
@BIN(U4);
@BIN(Y1);
@BIN(Y2);
@BIN(Y3);
```

Βιβλιογραφία

García-Martos C, Rodríguez, J and Sánchez MJ. Mixed models for short-run forecasting of electricity prices: application for the Spanish market. IEEE Trans. Power Syst. 2007; 22(2): 544-552.

Ragupathi R, & Das T K. A stochastic game approach for modeling wholesale energy bidding in deregulated power markets. IEEE Trans. Power Syst. 2004; 19(2): 849-856.

Weber JD, Overbye TJ. An individual welfare maximization algorithm for electricity markets. IEEE Trans. Power Syst. 2002; 17: 590–596.

Gountis VP, Bakirtzis AG. Bidding strategies for electricity producers in a competitive electricity marketplace. IEEE Trans. Power Syst. 2004; 19: 356–365.

Fampa M, Barroso LA, Candal D, Simonetti L. Bilevel optimization applied to strategic pricing in competitive electricity markets. Comput. Optim. Appl. 2008; 39: 121–142.

Pereira MV, Granville S, Fampa MHC, Dix R, Barroso LA. Strategic bidding under uncertainty: a binary expansion approach. IEEE Trans. Power Syst. 2005; 20: 180–188.

Barroso LA, Carneiro RD, Granville S, Pereira MV, Fampa MHC. Nash equilibrium in strategic bidding: a binary expansion approach. IEEE Trans. Power Syst. 2006; 21: 629–638.

Bakirtzis AG, Ziogos NP, Tellidou AC, Bakirtzis GA. Electricity producer offering strategies in day-ahead energy market with step-wise offers. IEEE Trans. Power Syst. 2007; 22: 1804–1818.

Ruiz C, Conejo AJ. Pool strategy of a producer with endogenous formation of locational marginal prices. IEEE Trans. Power Syst. 2009; 24: 1855–1866.

Li T, Shahidehpour M, Keyhani A. Market power analysis in electricity markets using supply function equilibrium model. IMA J. Manage. Math. 2004; 15: 339–354.

Hu X, Ralph D. Using EPECs to model bilevel games in restructured electricity markets with locational prices. Oper. Res. 2007; 55: 809–827.

Hobbs BF, Metzler CB, Metzler J-S. Strategic gaming analysis for electric power systems: an MPEC approach. IEEE Trans. Power Syst. 2000; 15: 638–645.

Li T, Shahidehpour M. Strategic bidding of transmission-constrained GENCOs with incomplete information. IEEE Trans. Power Syst. 2005; 20: 437–447.

H. v. Stackelberg, (1952) “English translation: The theory of market economy”, Marktform und Gleichgewicht, Springer Verlag, Berlin, 1934, Oxford University Press.

S. Dempe, S. Franke, (1991), “Bilevel Optimization Problems with Vectorvalued Objective Functions in Both Levels”, Paper by TU Bergakademie Freiberg, Germany.

Kozanidis G, Kostarelou E, Andrianesis P, Liberopoulos G. (2011) “Mixed integer bilevel programming for optimal bidding strategies in day-ahead electricity markets with indivisibilities.” In 1st International Symposium & 10th Balkan Conference on Operational Research (BAL-COR), Sep 22–25; Thessaloniki, Greece. p. 8.

LINGO 13.0, User’s guide, Chicago, IL: LINDO Systems, Inc; 2016. Available from: http://www.lindo.com/.